

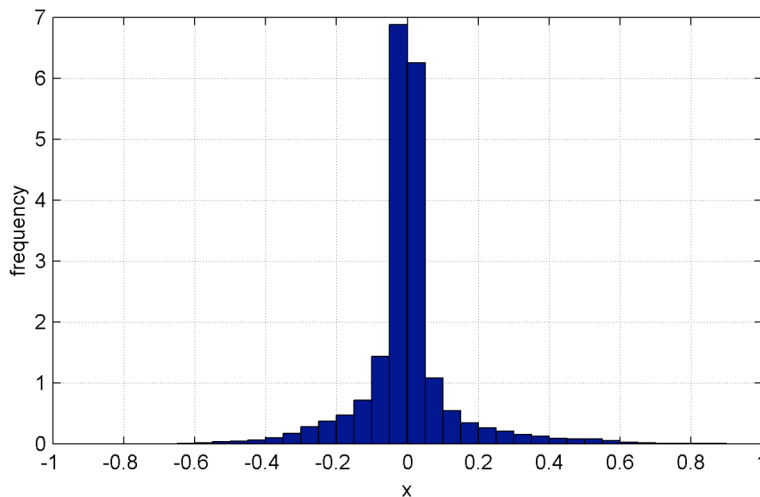
Prof. Dr. Stefan Weinzierl

9. Aufgabenblatt: Probeklausur

Lösung in der Rechenübung am 5.2.2009

1. Quantisierung und Signal-Rauschabstand (11P)

Für mit 8 bit Wortbreite linear quantisierte Sprachsignale soll ein mittlerer Signal-Rauschabstand als Pegeldifferenz von Signalleistung σ_X^2 zu Fehlerleistung σ_E^2 berechnet werden. Für ein typisches, vollausgesteuertes Sprachsignal wurde hierbei folgende Häufigkeitsverteilung der Amplituden gemessen:



Da das Histogramm als Modell für eine idealisierte Amplitudendichteverteilung dienen soll, wurde die Häufigkeit auf der y-Achse bereits so normiert, dass die Fläche unter der Kurve gleich 1 ist.

Das Histogramm soll durch eine Laplaceverteilung angenähert werden, d.h. durch eine Funktion $p_X(x) = a \cdot \exp(-b \cdot |x|)$.

1.1 Bestimmen Sie die Konstanten a und b so, dass
a. die Normierung der Dichtefunktion $p_X(x)$ erfüllt ist und
b. im Modell $p_X(x)$ statistisch nur einer von 10^6 Abtastwerten übersteuert ist ($|x| > 1$). (2P)

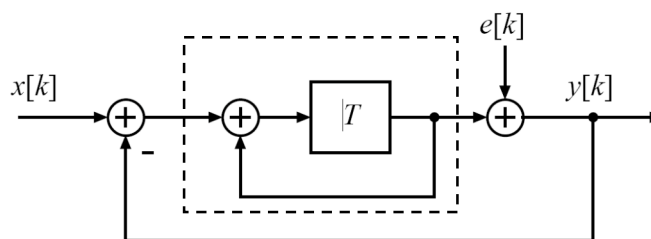
1.2 Bestimmen Sie in Abhängigkeit von den Konstanten a und b die mittlere Signalleistung als 2. Moment (Varianz) $E\{X^2\} = \sigma_X^2$ der Amplitude X mit der Amplitudendichteverteilung $p_X(x)$. (3P)

Hinweis: Das in der Rechnung auftretende Integral lässt sich durch partielle Integration lösen, wobei gilt: $\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$

- 1.3 Geben Sie unter der Annahme, dass der Quantisierungsfehler für das mit 8 bit Wortbreite linear quantisierte Signal eine rechteckförmige Verteilung aufweist, eine Amplitudendichteverteilung $p_E(e)$ für den Quantisierungsfehler an. Die Amplitudenachse sei weiterhin auf einen Full Scale Level von 1 normiert, die y-Achse muss entsprechend skaliert werden. (2P)
- 1.4 Berechnen Sie für den wie in 1.3 verteilten Quantisierungsfehler die Rauschleistung σ_E^2 . (2P)
- 1.5 Berechnen Sie aus den Ergebnissen von 1.2 und 1.4 den Signal-Rauschabstand (SNR) für ein typisches Sprachsignal. Welchen Wert nimmt er für die in 1.1 bestimmten Werte von a und b an? (2P)

2. Delta-Sigma-Modulation (10 P)

Gegeben sei ein Noise-Shaping-Filter zur Wortbreitenkonvertierung mit folgendem Signalflussdiagramm:



Dabei steht $x[k]$ für das Eingangssignal, $y[k]$ für das Ausgangssignal, und $e[k]$ für den bei der Requantisierung auftretenden Quantisierungsfehler

- 2.1 Bestimmen Sie die Differenzgleichung des Systems. Geben Sie mit Hilfe der Übertragungsfunktion $H_{\text{int}}(z)$ für den Integrierer zunächst einen Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangssignal im z-Bereich an, setzen Sie die Übertragungsfunktion des Integrierers ein, und transformieren Sie die resultierende Systemfunktion zurück in den Zeitbereich. (2P)
- 2.2 Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion H_{STF} für das Nutzsinal mit

$$H_{\text{STF}}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

und die Übertragungsfunktion H_{NTF} für den Quantisierungsfehler

$$H_{\text{NTF}}(z) = \frac{Y(z)}{E(z)} \quad (2P)$$

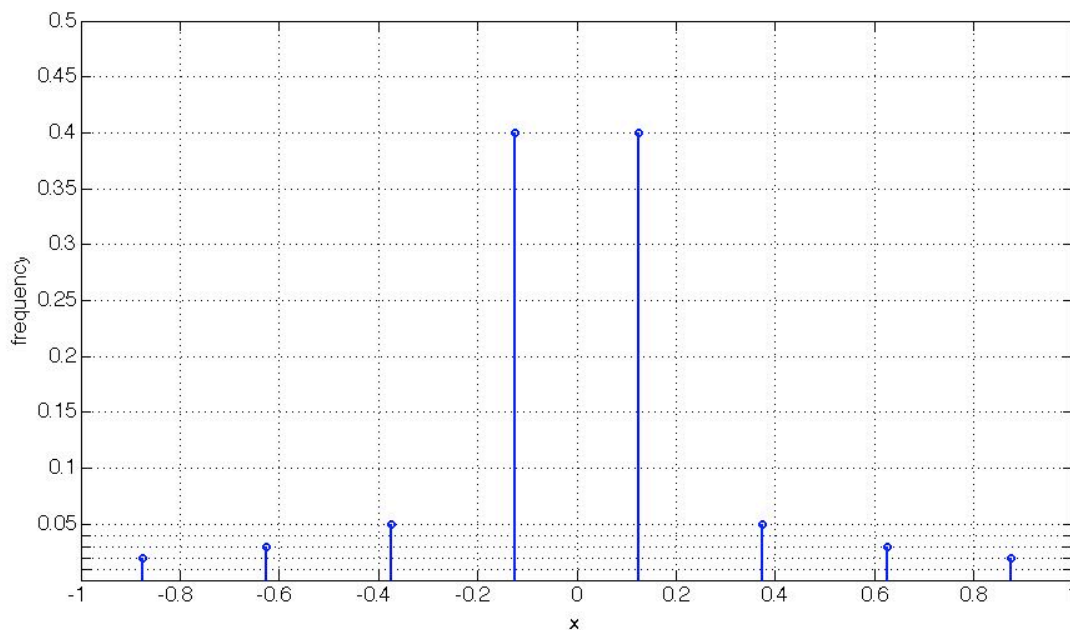
- 2.3 Bestimmen Sie den Amplitudengang $|H_{\text{NTF}}(e^{j\Omega})|$ der Rauschübertragungsfunktion und skizzieren Sie sie im Intervall $\Omega \subset [0; \pi]$, indem Sie Werte im Abstand von $\pi/4$ berechnen. Um welche Art von Filter handelt es sich? (3P)

Hinweis: Zur Vereinfachung kann die Beziehung $\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$ verwendet werden.

- 2.4 Wenn wir den Quantisierungsfehler $E[z]$ als weißen Rauschprozess mit einem konstanten Leistungsdichtespektrum von $S_{EE}(e^{j\Omega}) = S_0$ annehmen: Um welchen Faktor N_{NS} steigt die Rauschleistung durch das Noise-Shaping-Filter? (2P)
- 2.5 Warum führt ein Noise-Shaping-Filter trotz des in 2.4 berechneten Wertes von $N_{\text{NS}} > 1$ zu einer perceptiven Verbesserung des Signal-Rauschabstands? (1P)

3. Kodierung (7P)

Nach einer Requantisierung des Sprachsignals aus Aufgabe 1 auf eine Wortbreite von 3 bit treten die 8 möglichen Amplitudenstufen annähernd mit folgender, symmetrischer relativer Häufigkeit auf:



- 3.1 Bestimmen Sie die Entropie des Signals. Wie groß ist die Koderedundanz eines gleichmäßigen 3 bit-Quellcodes? (3P)
[Merke: $\log_2(x) = \log_{10}(x) / \log_{10}(2)$]
- 3.2 Konstruieren Sie eine Huffman-Kodetabelle für diesen Quellcode und berechnen Sie die Koderedundanz für diesen Fall. (3P)
- 3.3 Um welchen Faktor lässt sich die Bitrate des Sprachsignals durch Huffman-Kodierung reduzieren? (1P)