

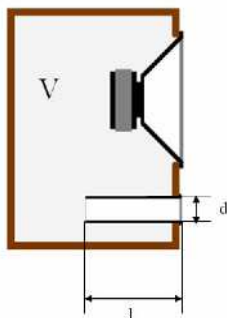
Kommunikationstechnik I

Prof. Dr. Stefan Weinzierl

Musterlösung 6. Aufgabenblatt

1. Lautsprecher

Gegeben sei ein elektrodynamischer Lautsprecher mit folgender Gehäusekonstruktion:



Membrandurchmesser: $x = 20 \text{ cm}$
 $V = 30 \text{ l}$
 $d = 5 \text{ cm}$
 $l = 10 \text{ cm}$

- 1.1 Unter der Annahme, dass sich die Membran wie ein starrer Kolben bewegt – skizzieren Sie die Richtcharakteristik des Lautsprechers in einem Polardiagramm für eine Frequenz von $f_1 = 344 \text{ Hz}$ und $f_2 = 3440 \text{ Hz}$

Die Abstrahlung des Lautsprechers folgt der sog. Spaltfunktion $si(x) = \frac{\sin x}{x}$. Die genaue Formel für den Schalldruck im Fernfeld ergibt sich zu (Herleitung bei M. Möser „Technische Akustik“, 6. Auflage, S.85-87):

$$P_{fern} = P_Q \frac{\sin\left(\pi \frac{l}{\lambda} \sin \vartheta\right)}{\pi \frac{l}{\lambda} \sin \vartheta}$$

Darin ist p_Q die Schalldruck-Abstrahlung in 0° -Richtung, l die Länge des Strahlers (in diesem Falle also gleich dem Membrandurchmesser x), λ die Wellenlänge der abgestrahlten Frequenz, die betrachtet wird und ϑ der Winkel gegen die 0° -Richtung.

Für tiefe Frequenzen (mit $l \ll \lambda$) ergibt sich eine annähernd kugelförmige Abstrahlung. Im konkreten Fall ergibt sich für die Frequenz 344 Hz und einer Schallgeschwindigkeit von 344 m/s eine Wellenlänge von

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{344 \text{ m/s}}{344 \text{ Hz}} = 1 \text{ m}$$

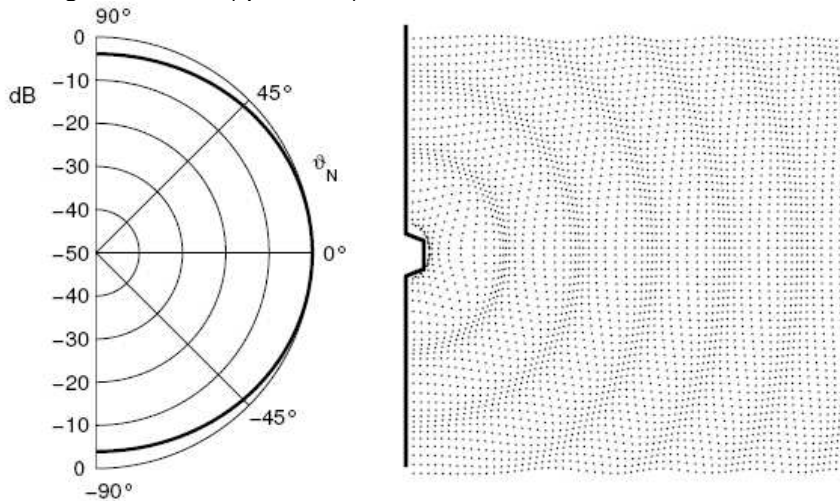
Die Formel für den Schalldruck ergibt sich also in Abhängigkeit von ϑ zu:

$$P_{fern,1} = P_Q \frac{\sin\left(\frac{\pi}{5} \sin \vartheta\right)}{\frac{\pi}{5} \sin \vartheta}$$

Bei einer Abstrahlrichtung von 90° ergibt sich eine Abschwächung des Schalldrucks

der 0° -Richtung um den Faktor $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{5} \sin \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{5} \sin \frac{\pi}{2}} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)}{\frac{\pi}{5}} = 0.935$.

Das entspricht also einer Pegelabnahme von $20 \log_{10}(0.935) = -0.579 \text{ dB}$. Dies wird im folgenden Bild (qualitativ) veranschaulicht:



Für höhere Frequenzen wird die Abstrahlcharakteristik zunehmend keulenförmig. Im Falle eines Tons der Frequenz 3440 Hz ($\lambda_2 = 10 \text{ cm}$) ergibt sich der Schalldruck im Fernfeld zu:

$$P_{fem,2} = P_Q \frac{\sin(2\pi \cdot \sin \vartheta)}{2\pi \cdot \sin \vartheta}$$

Die Minima ergeben sich an den Stellen, an denen der Zähler null und der Nenner ungleich wird (also nicht an der Stelle $\sin(0^\circ)$!). Dies ist der Fall, wenn das Argument des Sinus in Zähler ein ganzzahliges Vielfaches von π annimmt:

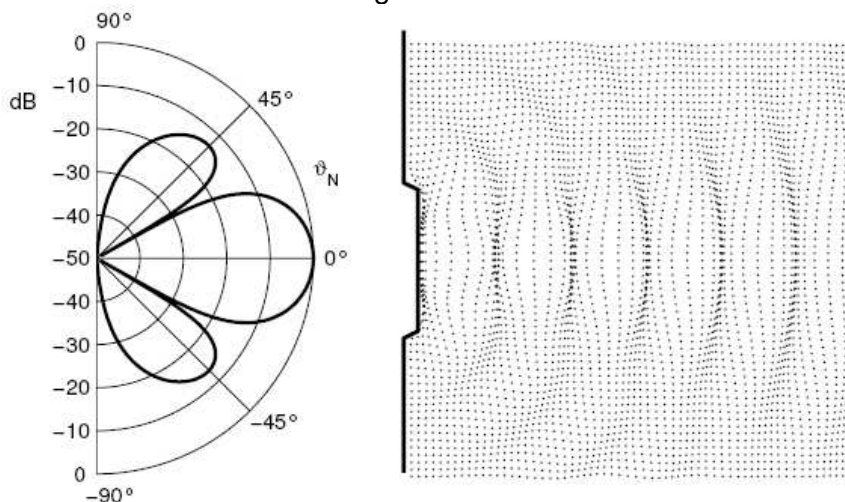
$$\sin(2\pi \cdot \sin \vartheta) = 0$$

$$2\pi \cdot \sin \vartheta = k \cdot \pi$$

$$\vartheta = \arcsin \frac{k}{2}$$

Minima ergeben sich also an den Stellen: 30° ($k=1$) und 90° ($k=2$).

Grafisch stellt sich das wie folgt dar:



- 1.2 Beschreiben Sie die frequenzabhängige Wirkung der Öffnung der ansonsten geschlossenen Box mit der kreisförmigen Öffnung vom Durchmesser d und der Halslänge l . Bei welcher Frequenz wird durch die Öffnung die meiste Schallleistung nach außen abgegeben?

Die Gleichung für die Resonanzfrequenz eines Helmholtz-Resonators lautet:

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{V(l + l_i + l_a)}}$$

Das Boxenvolumen und die Öffnung der Lautsprecherbox wirken gemeinsam als Helmholtzresonator. Die Resonanzfrequenz des Helmholtzresonators liegt dabei sehr tief, sodass sie die Abstrahlung tiefer Frequenzen unterstützt. Auf diese Weise ist es möglich, den Frequenzgang von Lautsprechern mit kleinen Membranen und schlechterer Abstrahlung im Tieftonbereich stärker an den konstanten Frequenzgang anzunähern. Die Abstimmung des Resonators erfolgt durch die Wahl der Länge der Röhre. Solche Lautsprecher werden als „Bassreflexboxen“ bezeichnet, die eingebaute Röhre als „Bassreflexröhre“.

Berechnung der Resonanzfrequenz:

Querschnittsfläche der Röhre:

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{0,05\text{m}}{2}\right)^2 = 1,96 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$$

Volumen:

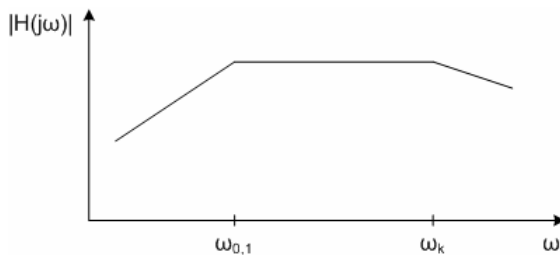
$$V = 30l = 30\text{dm}^3 = 30(10^{-1}\text{m})^3 = 30 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$$

Resonanzfrequenz:

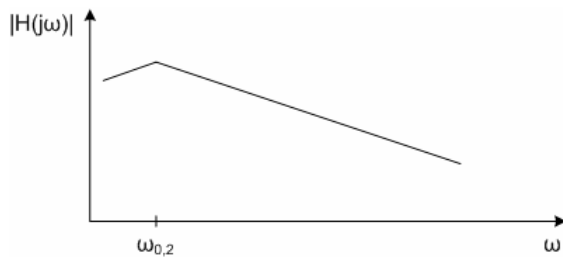
$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{V(l + l_i + l_a)}} = \frac{344 \text{m/s}}{2\pi} \sqrt{\frac{1,96 \cdot 10^{-3} \text{m}^2}{30 \cdot 10^{-3} \text{m}^3 \cdot 0,1\text{m}}} = 44,25 \text{Hz}$$

- 1.3 Skizzieren Sie den frequenzabhängigen Übertragungsfaktor des Lautsprechers, bestehend aus dem elektrodynamischen Treiber und der in 1.2 diskutierten Öffnung der Box.

Der Frequenzgang des elektrodynamischen Lautsprechers ergibt sich zu (siehe 5. Übung):



Der Frequenzgang Helmholtzresonators ergibt sich wie folgt:



Da diese beiden Systeme nicht hintereinandergeschaltet sind, erhält man das Gesamtsystem durch inkohärente Addition der Amplitudengänge. Die Resonanzfrequenz des Helmholtzresonators wird so eingestellt, dass der Resonator dafür sorgt, dass der konstante Teil des Lautsprecherfrequenzgangs nach unten erweitert wird.

Anmerkung:

Betrachtet man zwei hintereinandergeschaltete Systeme $H_1(j\omega)$ und $H_2(j\omega)$, dann ergibt sich der Gesamtfrequenzgang durch Multiplikation der Systeme (siehe EDS-Vorlesung): $H_{\text{gesamt}}(j\omega) = H_1(j\omega) \cdot H_2(j\omega)$.

Betrachtet man die Amplitudengänge in ihrer Pegeldarstellung, also $20 \cdot \log_{10}(H_1(j\omega))$ und $20 \cdot \log_{10}(H_2(j\omega))$, dann wird durch die Anwendung des Logarithmus aus der Multiplikation eine Addition:

$$20 \cdot \log_{10}(H_{\text{gesamt}}(j\omega)) = 20 \cdot \log_{10}(H_1(j\omega) \cdot H_2(j\omega)) = 20 \cdot \log_{10}(H_1(j\omega)) + 20 \cdot \log_{10}(H_2(j\omega))$$

Damit ist es also zulässig, den Gesamtfrequenzgang in Pegeldarstellung (wie z.B. in Aufgabenblatt 5 geschehen) grafisch zu ermitteln, indem man die Einzelfrequenzgänge (ebenfalls in Pegeldarstellung) addiert. Im vorliegenden Fall haben wir es nicht mit hintereinandergeschalteten, sondern mit parallelgeschalteten Systemen zu tun. Da die Signale nicht kohärent sind, erhält man den Gesamtfrequenzgang durch inkohärente Addition (siehe Aufgabenblatt 1).

2. Stereofone Aufnahmeverfahren (AB)

2.1 Erläutern Sie die Funktionsweise eines laufzeitstereophonen Mikrofonsystems.

Trifft ein Schallereignis aus einer bestimmten Richtung beim Hörer ein, dann wird es zum einen an dem dem Schallereignis zugewandten Ohr geringfügig lauter wahrgenommen als an dem angewandten Ohr, und zum anderen trifft es auf der abgewandten Seite mit einer gewissen Verzögerungszeit ein. Das menschliche Ohr wertet diese Informationen aus, um das Ereignis zu lokalisieren.

Diese Tatsache bildet die Grundlage für die stereophonen Aufnahmeverfahren Laufzeitstereophonie, Pegeldifferenzstereophonie und Äquivalenzstereophonie.

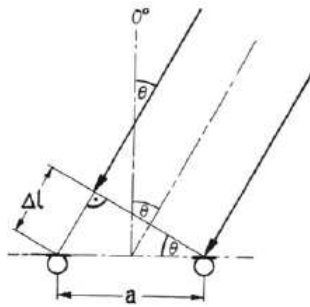
Im Falle der Laufzeitstereophonie werden zwei Mikrofone in einem gewissen Abstand zueinander positioniert, sodass Schall, der etwas seitlich auf des Mikrofonsystem auftritt unterschiedliche Laufzeiten zu den einzelnen Mikrofonen aufweist. Pegeldifferenzen, die sich durch diese Abstände ergeben, sind dabei sehr gering und werden in der Regel vernachlässigt.

Bei der Pegeldifferenzstereophonie befinden sich die Mikrofone am gleichen Ort, es entstehen also keine Laufzeitunterschiede zwischen den beiden Mikrofonen. Stattdessen werden bei der Pegeldifferenzstereophonie stets gerichtete Mikrofone verwendet und gegeneinander verdreht, sodass sich –bedingt durch die Richtcharakteristik der Mikrofone – bei verschiedenen Einfallsrichtungen verschiedene Pegeldifferenzen ergeben.

Die Äquivalenzstereophonie vereint die beiden Verfahren, indem gerichtete Mikrofone gegeneinander verdreht und in einem Abstand zueinander positioniert werden, sodass sowohl Laufzeit- als auch Pegelunterschiede entstehen.

- 2.2 Welchen Aufnahmewinkel besitzt ein AB-Mikrofonsystem, das eine Mikrofonsbasis von 60 cm aufweist?

Die Skizze zur Laufzeitstereophonie ergibt sich wie folgt:



Dabei bezeichnet Δl die Wegdifferenz, die der Schall zum linken Mikrofon mehr zurücklegen muss, als zum rechten. Sie lässt sich mithilfe des Winkels θ und der Basisbreite a ausdrücken:

$$\sin(\theta) = \frac{\Delta l}{a}$$

$$\Rightarrow \Delta l = a \cdot \sin(\theta)$$

Ist die Schallgeschwindigkeit bekannt, lässt sich die Laufzeit berechnen nach:

$$c = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{a \cdot \sin(\theta)}{c}$$

Der Aufnahmewinkel ergibt sich als $2 \cdot \theta_{\max}$, wobei θ_{\max} der Winkel ist, der gerade für eine Lokalisation der Schallquelle aus einem der beiden Lautsprecher sorgt. Dies ist bei einer Laufzeitdifferenz von ca. 1,2 ms der Fall (siehe Weinzierl, „Handbuch der Audiotechnik“, S.573).

Demnach ergibt sich θ_{\max} zu:

$$\theta = \arcsin\left(\frac{\Delta t \cdot c}{a}\right)$$

$$\Rightarrow \theta_{\max} = \arcsin\left(\frac{1,2 \cdot 10^{-3} \text{ s} \cdot 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{60 \cdot 10^{-1} \text{ m}}\right) \approx 43^\circ$$

Der Aufnahmewinkel beträgt demnach $2 \cdot \theta_{\max} = 86^\circ$.

- 2.3 Für eine Choraufnahme möchten Sie ein AB-Mikrofonsystem bestehend aus zwei Kugelmikrofonen verwenden. Das Ensemble hat eine Ausdehnung von 6m. Das Mikrofonsystem soll in einem Abstand von 4m vom Chor entfernt positioniert werden. Welche Basisbreite müssen Sie wählen, damit der Chor sich über die gesamte Breite der Lautsprecherbasis erstreckt?

Der maximale Öffnungswinkel ergibt sich zu

$$\theta_{\max} = \arctan\left(\frac{6m/2}{4m}\right) \approx 37^\circ$$

Demnach ergibt sich als Basisbreite:

$$a = \frac{\Delta t \cdot c}{\sin(\theta)}$$
$$= \frac{1,2ms \cdot 340 \frac{m}{s}}{\sin(37^\circ)} = 68cm$$

- 2.4 Wie ändert sich die Lokalisation, wenn Sie statt der Kugelmikrofone Mikrofone mit Nierencharakteristik verwenden? Was ändert sich klanglich?

Sofern die Nierenmikrofone parallel ausgerichtet werden, ergibt sich keine veränderte Lokalisation, weil weiterhin die gleichen Laufzeitdifferenzen bestehen, und bei parallelem Schalleinfall keine Pegeldifferenzen hinzukommen.

Es ändert sich jedoch der relative Pegel durch die Richtcharakteristik: Seitlich einfallend Schallwellen werden beispielsweise um 6 dB leiser aufgenommen als frontal einfallende. Darüber hinaus ergibt sich durch die Verwendung von Druckgradientenempfängern ein entsprechend tieferärmeres Klangbild.

3. Stereofone Aufnahmeverfahren (XY)

- 3.1 Erläutern Sie die Begriffe „Hauptachsenwinkel“, „Aufnahmewinkel“ und „Akzeptanzwinkel“ eines XY-Stereofonie-Mikrofonsystems.

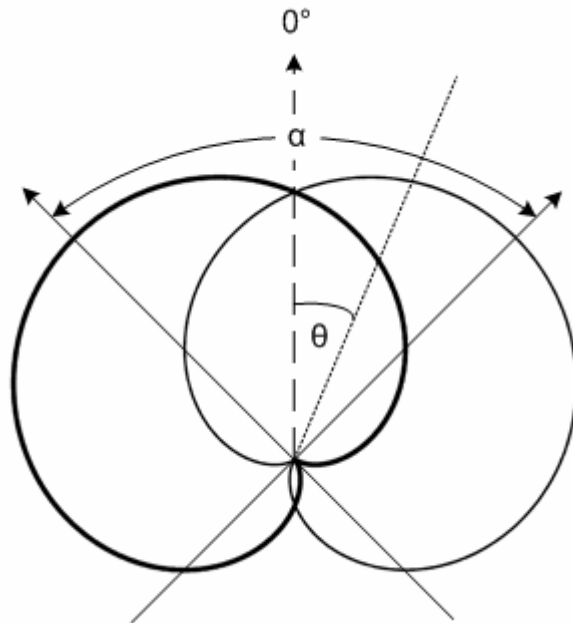
Unter dem „Hauptachsenwinkel“ versteht man den Öffnungswinkel der Mikrofone, also den Winkel, der zwischen den Hauptachsen der beiden Mikrofone entsteht.

Als „Aufnahmewinkel“ bezeichnet man den Winkel zwischen den beiden Schalleinfallrichtungen, die das Klanggeschehen gerade aus einem der beiden Lautsprecher lokalisieren lassen. Nach DIN 60268 wird ein Schallereignis aus einem der beiden Lautsprecher lokalisiert, wenn die Pegeldifferenz zwischen den Signalen für linken und rechten Kanal zwischen 15 und 18 dB betragen.

Der „Akzeptanzwinkel“ ist der Winkel zwischen den Richtungen, die die größte Pegeldifferenz zwischen linken und rechtem Kanal aufweisen.

- 3.2 Gegeben sei ein stereofones Aufnahmesystem nach dem XY-Verfahren aus zwei Mikrofonen in Nierencharakteristik mit 90° Öffnungswinkel.

Welche Pegeldifferenz zwischen linkem und rechtem Kanal erzeugt eine Schallquelle aus 45° Einfallrichtung und aus 90° Einfallrichtung (seitlicher Schalleinfall) ?



Die Pegeldifferenz ergibt sich als logarithmisches Maß des Verhältnisses von linken und rechtem Kanal:

$$\Delta L = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{A + B \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \theta\right)}{A + B \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \theta\right)} \right)$$

$$= 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{0,5 + 0,5 \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \theta\right)}{0,5 + 0,5 \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \theta\right)} \right)$$

Der Öffnungswinkel α (=Hauptachsenwinkel) beträgt laut Aufgabenstellung 90° ($= \pi/2$).

Bei einer Schalleinfallrichtung von $\theta = 45^\circ$ ($=\pi/4$) beträgt die Pegeldifferenz zwischen linken und rechtem Kanal demnach:

$$\Delta L_{45^\circ} = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{0,5 + 0,5 \cos\left(\frac{\pi/2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}{0,5 + 0,5 \cos\left(\frac{\pi/2}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} \right)$$

$$= 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{0,5}{1} \right)$$

$$= -6,02dB$$

Und bei einer Schalleinfallrichtung von 90°:

$$\begin{aligned} \Delta L_{90^\circ} &= 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{0,5 + 0,5 \cos \left(\frac{\pi/2}{2} + \frac{\pi}{2} \right)}{0,5 + 0,5 \cos \left(\frac{\pi/2}{2} - \frac{\pi}{2} \right)} \right) \\ &= 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{0,5 + 0,5 \cos \left(\frac{3}{4} \pi \right)}{0,5 + 0,5 \cos \left(-\frac{\pi}{4} \right)} \right) \\ &= -15,3 \text{ dB} \end{aligned}$$

- 3.3 Wo werden die beiden Schallquellen bei der stereofonen Wiedergabe auf der Lautsprecherbasis abgebildet ?

Folgende Richtwerte gelten für die Auslenkung auf der Stereobasis:

Auslenkung	0%	25%	50%	75%	100%
Pegeldifferenz	0 dB	3 dB	6,5 dB	10 dB	16 dB

Demnach ergibt sich für eine Schalleinfallrichtung aus 45° (Pegeldifferenz: -6 dB) eine Auslenkung von etwas weniger als 50%, bei 90° (Pegeldifferenz 15,3 dB) eine Lokalisierung bei fast 100%.

- 3.4 Welchen Hauptachsenwinkel muss man bei einem XY-System mit zwei Nieren einstellen, um einen Aufnahmewinkel von 120° zu erhalten?

Hinweis: Verwenden sie folgende Zusammenhänge:

1. $\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$

2. $a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t) = A \sin(\omega t + \varphi)$, mit $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ und $\tan \varphi = \frac{b}{a}$

Um den Öffnungswinkel errechnen zu können, ist es notwendig, die Gleichung aus Aufgabe 2.2 nach α umzustellen:

$$\Delta L = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{A + B \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \theta\right)}{A + B \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \theta\right)} \right)$$

$$10^{\frac{\Delta L}{20}} = \frac{A + B \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \theta\right)}{A + B \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \theta\right)}$$

$$10^{\frac{\Delta L}{20}} \left(A + B \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \theta\right) \right) = A + B \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \theta\right)$$

$$A \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}} + B \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}} \left(\cos \frac{\alpha}{2} \cos \theta + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \theta \right) = A + B \left(\cos \frac{\alpha}{2} \cos \theta - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \theta \right)$$

$$A \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}} - A + \underbrace{\left(B \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}} + B \right)}_a \sin \theta \sin \frac{\alpha}{2} + \underbrace{\left(B \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}} - B \right)}_b \cos \theta \cos \frac{\alpha}{2} = 0$$

$$A \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}} - A + \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} + \arctan \left(\frac{b}{a} \right) \right) = 0$$

$$\sin \left(\frac{\alpha}{2} + \arctan \left(\frac{b}{a} \right) \right) = \frac{A - A \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\alpha = 2 \cdot \arcsin \left(\frac{A - A \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) - 2 \cdot \arctan \left(\frac{b}{a} \right)$$

$$\alpha = 2 \cdot \arcsin \left(\frac{A - A \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}}}{\sqrt{\left(B \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}} + B \right)^2 \sin^2 \theta + \left(B \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}} - B \right)^2 \cos^2 \theta}} \right) - 2 \cdot \arctan \left(\frac{\left(B \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}} - B \right) \cos \theta}{\left(B \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}} + B \right) \sin \theta} \right)$$

Im Falle zweier Nierencharakteristiken sind A und B jeweils = 0,5. Der Aufnahmewinkel soll 120° betragen, demnach soll also bei einem Winkel von $\theta = 60^\circ (= \pi/3)$ eine Pegeldifferenz von $\Delta L = -16$ dB erreicht sein, bzw. bei einem Winkel von $\theta = -60^\circ (= -\pi/3)$ eine Pegeldifferenz von $\Delta L = 16$ dB.

Es ergibt sich nach Einsetzen der Werte ein Öffnungswinkel von:

$$\alpha = 2 \cdot \arcsin \left(\frac{0,5 - 0,5 \cdot 10^{\frac{-16}{20}}}{\sqrt{\left(0,5 \cdot 10^{\frac{-16}{20}} + 0,5 \right)^2 \cos^2 \frac{\pi}{3} + \left(0,5 \cdot 10^{\frac{-16}{20}} - 0,5 \right)^2 \sin^2 \frac{\pi}{3}}} \right) - 2 \cdot \frac{\left(0,5 \cdot 10^{\frac{-16}{20}} - 0,5 \right) \cos \frac{\pi}{3}}{\left(0,5 \cdot 10^{\frac{-16}{20}} + 0,5 \right) \sin \frac{\pi}{3}}$$

$$\approx 2,56 \hat{=} 147^\circ$$