Kommunikationstechnik I

Prof. Dr. Stefan Weinzierl

Musterlösung 1. Aufgabenblatt

1. Schallfeldgrößen

In einer ebenen fortschreitenden Welle wird ein Effektivwert des Schalldruckes von 0,04 N/m^2 festgestellt. Wie groß ist

1.1 die Schallschnelle (man rechne mit $\rho_0 c$ = 400 kg/sm^2),

$$\frac{p}{v} = \rho_0 c$$

$$\Rightarrow v = \frac{p}{\rho_0 c} = \frac{0{,}04 \frac{N}{m^2}}{400 \frac{kg}{s \cdot m^2}} = \frac{0{,}04 \frac{kg \cdot m}{m^2 \cdot s^2}}{400 \frac{kg}{s \cdot m^2}} = 10^{-4} \frac{m}{s} = 0{,}1 \frac{mm}{s}$$

1.2 die Teilchenauslenkung für die Frequenzen von 100Hz und 1000Hz,

$$\xi_{eff} = \frac{v_{eff}}{\omega}$$

für 100 Hz ergibt sich: $\xi_{eff,100Hz} = \dfrac{10^{-4} \frac{m}{s}}{2\pi \cdot 100Hz} = 1{,}6 \cdot 10^{-7} m = 0{,}16 \mu m$

für 1000 Hz ergibt sich: $\xi_{eff,1000Hz} = \dfrac{10^{-4} \frac{m}{s}}{2\pi \cdot 1000Hz} = 1{,}6 \cdot 10^{-8} m = 0{,}016 \mu m$

1.3 die Schallintensität,

$$I = p \cdot v$$

$$\Rightarrow I = 0{,}04 \frac{N}{m^2} \cdot 10^{-4} \frac{m}{s} = 4 \cdot 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

1.4 die Schallleistung, die durch eine Fläche von $4m^2$ hindurchtritt und

$$P = \int I dS = 4 \cdot 10^{-6} \frac{W}{m^2} \cdot 4m^2 = 16 \cdot 10^{-6} W$$

1.5 der Schalldruckpegel, der Schallintensitätspegel und Schallleistungspegel für die Fläche von $4m^2$?

Schalldruckpegel:

$$L_p = 20 \cdot \log_{10} \frac{p}{p_0}$$

$$= 20 \cdot \log_{10} \frac{4 \cdot 10^{-2}\, Pa}{2 \cdot 10^{-5}\, Pa}$$

$$= 66 dB_{SPL}$$

Schallintensitätspegel:

$$L_I = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

$$= 10 \cdot \log_{10} \frac{4 \cdot 10^{-6} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}}$$

$$= 66 dB$$

Schallleistungspegel:

$$L_W = 10 \cdot \log_{10} \frac{P}{P_0}$$

$$= 10 \cdot \log_{10} \frac{16 \cdot 10^{-6} W}{10^{-12} W}$$

$$= 72 dB$$

2. Schallpegel

Ein näherungsweise kugelförmig abstrahlender Lautsprecher erzeugt in einem Abstand von 1 m einen Schalldruckpegel L_1

2.1 Um wieviel dB verringert sich in der doppelten Entfernung

a. der Schalldruckpegel
b. der Schallintensitätspegel
c. der Schallschnellepegel bei einer Frequenz von 100 Hz

<u>a. Schalldruckabnahme</u>
Berechnung des Schalldrucks einer Kugelquelle:

$$p(r,t) = \frac{A_0}{r} e^{j(\omega t - kr)}$$

Änderung des Schalldruckpegels:
Wir betrachten $p(r_0)$ und $p(2 \cdot r_0)$ und berechnen den relativen Pegel:

$$\Delta L_p = 10 \cdot \log_{10} \left| \frac{p(2 \cdot r_0)}{p(r_0)} \right|^2 = 10 \cdot \lg \left| \frac{\frac{A_0}{2r_0} e^{j(\omega t - k2r_0)}}{\frac{A_0}{r_0} e^{j(\omega t - kr_0)}} \right| = 10 \cdot \lg \left| \frac{1}{2} e^{-jkr_0} \right|^2 = 20 \cdot \lg \left(\frac{1}{2} \right) = -6{,}02 dB$$

<u>b. Schallintensitätsabnahme</u>

Berechnung der Intensität einer Kugelquelle:

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Änderung des Schallintensitätspegels

$$\Delta L_I = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I(2 \cdot r_0)}{I(r_0)} \right) = 10 \cdot \lg \left(\frac{\frac{P}{4\pi (2r_0)^2}}{\frac{P}{4\pi r_0^2}} \right) = 10 \cdot \lg \left(\frac{1}{4} \right) = -6{,}02 dB$$

<u>c. Abnahme der Schallschnelle (f_0=100Hz)</u>

Berechnung der Schallschnelle einer Kugelquelle:

$$v(r,t) = \frac{A_0}{r} \left(\frac{1}{\rho c} + \frac{1}{j\omega \rho r} \right) e^{j(\omega t - kr)}$$

Änderung des Schnellepegels:

$$\Delta L_v = 10\lg\left|\frac{v(2r_0)}{v(r_0)}\right|^2 = 10\lg\left|\frac{\frac{A_0}{2r_0}\left(\frac{1}{\rho c}+\frac{1}{j\omega\rho 2r_0}\right)e^{j(\omega t-k2r_0)}}{\frac{A_0}{r_0}\left(\frac{1}{\rho c}+\frac{1}{j\omega\rho r_0}\right)e^{j(\omega t-kr_0)}}\right|^2$$

$$= 10\lg\left|\frac{1}{2}e^{-jkr_0}\right|^2 + 10\lg\left|\frac{\left(\frac{1}{\rho c}+\frac{1}{j\omega\rho 2r_0}\right)}{\left(\frac{1}{\rho c}+\frac{1}{j\omega\rho r_0}\right)}\right|^2$$

$$= -6{,}02dB + 10\lg\left|\frac{j\omega r_0+\frac{1}{2}c}{j\omega r_0+c}\right|^2$$

$$= -6{,}02dB + 10\lg\left|\frac{\left(j\omega r_0+\frac{1}{2}c\right)(c-j\omega r_0)}{\omega^2 r_0^2+c^2}\right|^2$$

$$= -6{,}02dB + 10\lg\left|\frac{j\omega c r_0+\frac{1}{2}c^2+\omega^2 r_0^2-\frac{1}{2}j\omega c r_0}{\omega^2 r_0^2+c^2}\right|^2$$

$$= -6{,}02dB + 10\lg\left|\frac{\frac{1}{2}c^2+\omega^2 r_0^2+\frac{1}{2}j\omega c r_0}{\omega^2 r_0^2+c^2}\right|^2 \quad ,c = 343\frac{m}{s}, \omega = 2\pi f_0 = 2\pi 100Hz, r_0 = 1m$$

$$= -6{,}02dB + 10\lg\left|\frac{\frac{1}{2}(343\frac{m}{s})^2+4\pi^2\cdot 100^2\frac{m^2}{s^2}+j\frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot 100\frac{1}{s}\cdot 343\frac{m}{s}\cdot 1m}{4\pi^2\cdot 100^2\frac{m^2}{s^2}+(343\frac{m}{s})^2}\right|^2$$

$$= -6{,}02dB + 10\lg\left|0{,}8852 + j\cdot 0{,}2103\right|^2$$

$$= -6{,}02dB - 0{,}82dB$$

$$= -6{,}84dB$$

Anmerkung: Die Abnahme von 6,84 dB gilt nicht generell für die Abnahme des Schallschnellepegels, sondern lediglich für diese Bedingungen.

2.2 Berechnen Sie für L_1 = 90 dB und f = 100 Hz den Schalldruck, die Schallschnelle und die Schallintensität in 1 m und 2 m Entfernung und recherchieren Sie die dafür notwendigen Materialkonstanten.

<u>Schalldruck:</u>

Der absolute Schalldruckpegel errechnet sich nach

$L = 20\lg\left(\frac{p}{p_0}\right)$, mit $p_0 = 2\cdot10^{-5}$ Pa

Dadurch ergeben sich folgende Werte für den Schalldruck in 1m und 2m Entfernung:

1m: $p_1 = p_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{20}} = 2\cdot10^{-5}\,Pa \cdot 10^{\frac{90}{20}} = 0{,}632\,Pa$

2m: $p_1 = p_0 \cdot 10^{\frac{L_1-6{,}02}{20}} = 2\cdot10^{-5}\,Pa \cdot 10^{\frac{83{,}98}{20}} = 0{,}316\,Pa$

<u>Schallschnelle:</u>

Die Formel für die Schallschnelle lautete:

$v(r,t) = \frac{A_0}{r}\left(\frac{1}{\rho c} + \frac{1}{j\omega\rho r}\right)e^{j(\omega t - kr)}$.

Dabei sind:

A_0 = r·p
ρ_{Luft} = 1,189 kg/m³
c_{Luft} = 343 m/s

Dadurch ergeben sich für den Betrag der Schallschnelle in 1m und 2m Entfernung folgende Werte:

1m:
$$v_1 = \left|\frac{0{,}632\,\frac{kg}{s^2}}{1m}\left(\frac{1}{1{,}189\,\frac{kg}{m^3}\cdot 343\,\frac{m}{s}} + \frac{1}{j\cdot 2\pi\cdot 100\,\frac{1}{s}\cdot 1{,}189\,\frac{kg}{m^3}\cdot 1m}\right)\right|$$
$$= \left|0{,}632\,\frac{kg}{s^2 m}\left(\frac{1}{407{,}83\,\frac{kg}{m^2 s}} - j\frac{1}{747{,}07\,\frac{kg}{m^2 s}}\right)\right|$$
$$= 0{,}632\,\frac{kg}{s^2 m}\cdot 2{,}79\cdot10^{-3}\,\frac{m^2 s}{kg}$$
$$= 0{,}00176\,\frac{m}{s}$$

2m: $v_2 = 10^{-\frac{6{,}8}{20}}\cdot 0{,}00176\,\frac{m}{s} = 8{,}045\cdot10^{-4}\,\frac{m}{s}$

Schallintensität:
I = p·v

1m: $I_1 = p_1 \cdot v_1 = 0{,}632 Pa \cdot 0{,}00176 \frac{m}{s} = 1{,}1 \cdot 10^{-3} \frac{W}{m^2}$

2m: $I_1 = p_1 \cdot v_1 = 0{,}316 Pa \cdot 8{,}04 \cdot 10^{-4} \frac{m}{s} = 2{,}5 \cdot 10^{-4} \frac{W}{m^2}$

2.3 Eine Geige erzeuge am Hörerort x den Schalldruckpegel L.

Um wieviel dB ändert sich am Hörerort der Schalldruckpegel, wenn die „Orchesterbesetzung“ von einer Geige auf zwei Geigen (in gleicher Entfernung vom Hörer) erhöht wird ? (Hinweis: Handelt es sich um kohärente oder inkohärente Schallquellen? Wie addieren sich die physikalischen Schallgrößen ?)

Die Signale der beiden Geigen sind inkohärent. Bei inkohärente Schallquellen Addieren sich deren Leistungen und nicht die zugrunde liegenden Feldgrößen.

Demnach ergibt sich der Gesamtpegel zweier Schallquellen mit gleichem Schalldruck p_1 wie folgt:

$$L_{ges} = 10 \cdot \lg\left(\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^2 + \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^2\right) = 10 \cdot \lg\left(2 \cdot \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^2\right)$$

$$= \underbrace{10 \cdot \lg\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^2}_{\text{Schalldruckpegel einer einzelnen Geige}} + \underbrace{10 \cdot \lg(2)}_{\text{Pegelzunahme}}$$

Die Pegelzunahme bei Verdopplung der Besetzung beträgt 10·lg(2) = 3,01 dB.

Aus der Psychoakustik ist bekannt, daß für eine subjektive Verdopplung der Lautheit eine Zunahme des Schalldruckpegels von 10 dB notwendig ist. Wieviel Geigen sind hierfür notwendig ?

$$\Delta L = 10dB = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_{\text{mehrere Geigen}}}{P_{\text{eine Geige}}}\right)$$

$$\Rightarrow P_{\text{mehrere Geigen}} = 10^{\frac{10}{10}} \cdot P_{\text{eine Geige}} = 10 \cdot P_{\text{eine Geige}}$$

Für eine Zunahme des Schalldruckpegels ist die 10-fache Leistung notwendig. Es werden demnach 10 Geigen benötigt um subjektiv die doppelte Lautstärke zu empfinden.