

# Kommunikationstechnik I

---

Prof. Dr. Stefan Weinzierl

## 3. Aufgabenblatt

### 1. Eigenfrequenzen

Skizzieren Sie in Matlab mithilfe der Funktion `stem` für einen Rechteckraum ( $L=6$  m,  $B=4$  m,  $H=3$  m) das Modenspektrum zwischen 0 und 150 Hz.

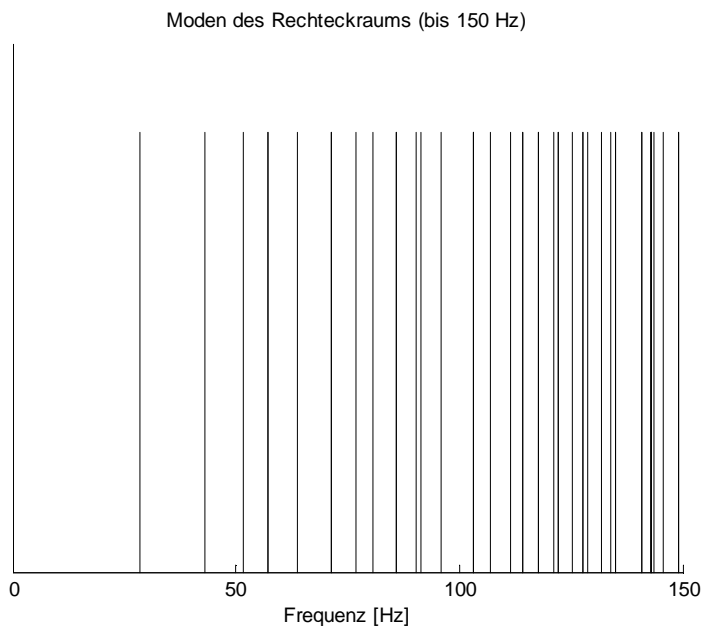
Die Eigenschwingungen eines Raumes werden als Moden bezeichnet. In einem Rechteckraum unterscheidet man zwischen axialen, tangentialen und obliquen Moden. Axiale Moden sind stehende Wellen, die zwischen zwei gegenüberliegenden Wänden entstehen, also solche, die nur an einem Wandpaar reflektiert werden. Tangentiale Moden hingegen entstehen durch Reflexion an zwei Wandpaaren und oblique Moden schließlich durch Reflexion an allen drei Wandpaaren (Der Begriff „Wände“ schließt Decke und Boden mit ein).

Die Berechnung der Moden erfolgt nach der Formel:

$$f_{lmn} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{l}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_z}\right)^2}$$

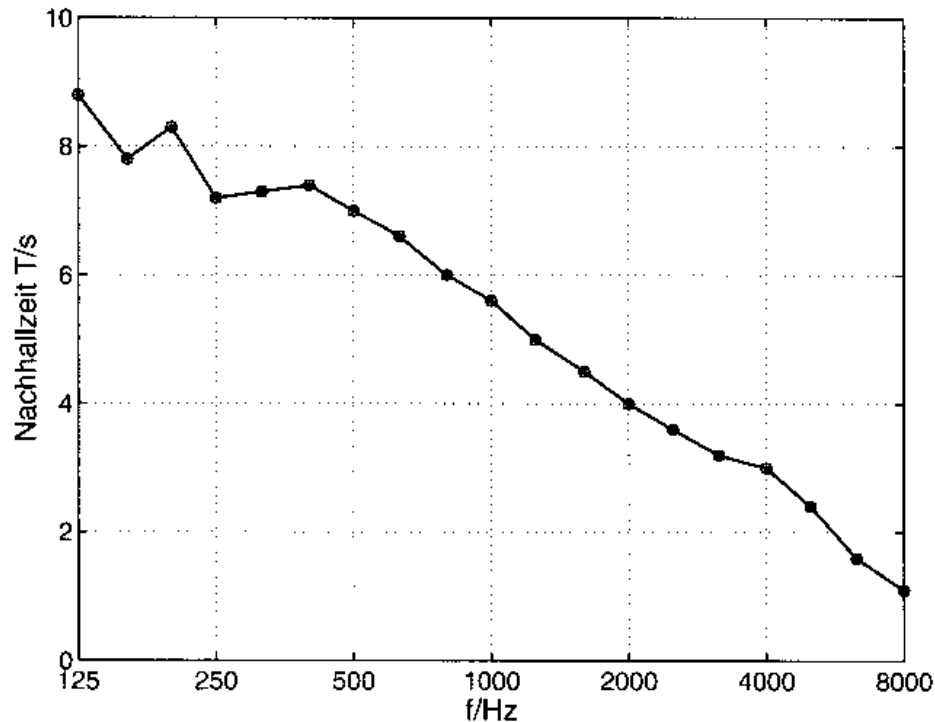
Darin sind  $L_x$ ,  $L_y$  und  $L_z$  die Abmessungen des Raumes, also Länge, Breite und Höhe.  $l$ ,  $m$  und  $n$  bezeichnen die unterschiedlichen Moden. So bezeichnet  $l=1$ ,  $m=0$  und  $n=0$  die erste Moden in x-Richtung, also eine axiale Mode, und  $l=1$ ,  $m=1$  und  $n=0$  die erste tangentielle Mode in x-y-Richtung.

Die Berechnung der Moden erfolgt für den konkreten Fall erfolgt im Matlab-File „Aufgabe 1.m“.



## 2. Absorptionsgrad und Nachhallzeit

Die Nachhallzeit im Hallraum des ITA der TU Berlin ( $V=200 \text{ m}^3$ ) hat folgenden Frequenzgang:



- 2.1 Wie groß ist in diesem Raum der Hallabstand einer omnidirektionalen Quelle bei 1000 Hz ?

$$\begin{aligned}
 r_H &= 0,057 \cdot \Gamma_{st} \cdot \sqrt{\frac{V}{T_{60}}} \\
 &= 0,057 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{200 \text{m}^3}{5,5 \text{s}}} \\
 &= 0,34 \text{m}
 \end{aligned}$$

- 2.2 Warum benutzt man für Messungen des Absorptionsgrades einen Hallraum und keinen „normalen“ Raum ? Welches andere Verfahren zur Bestimmung von Absorptionsgraden gibt es ? Warum liefert es andere Werte für  $\alpha$  ?

Viele Absorber zeigen für unterschiedliche Schalleinfallrichtungen unterschiedliche Absorptionseigenschaften. Um den Absorptionsgrad eines bestimmten Materials zu bestimmen ist es daher notwendig, Schalleinfall aus möglichst vielen verteilten Richtungen zu gewährleisten. Im Hallraum wird ein ideales Diffusschallfeld angenähert. Der so erhaltene Absorptionsgrad ist demnach ein über alle Einfallrichtungen gemittelter.

Ein anderes Verfahren zur Messung des Absorptionsgrades ist die Messung im Kundtschen Rohr. Das Kundtsche Rohr ist eine beidseitig geschlossene Röhre, in der annähernd ebene Wellen erzeugt werden können. Am Ende des Rohres wird das zu untersuchende Absorbermaterial eingebracht und der Absorptionsgrad bestimmt.

Aufgrund des Messaufbaus gilt dieser Absorptionsgrad nur für frontalen Schalleinfall und liefert demnach einen anderen Wert für  $\alpha$  als das oben beschriebene Verfahren.

- 2.3 Im Hallraum wird ein Absorptionsmaterial mit einer Fläche von  $5 \text{ m}^2$  auf dem Boden angebracht. Die Nachhallzeit sinkt auf folgende Werte:

125	250	500	1000	2000	4000
8.0 s	6.3 s	6.0 s	4.5 s	2.8 s	2.2 s

Berechnen Sie an diesen Frequenzpunkten die Absorptionsgrade des Materials nach Sabine und tragen Sie sie in Kurvenform auf.

Verfahren zur Bestimmung des Absorptionsgrads im Hallraum:

Auf Grundlage der Sabine'schen Nachhallformel wird zunächst die Nachhallzeit des leeren Hallraums gemessen und daraus die äquivalente Absorptionsfläche des Hallraums bestimmt:

$$T_{60,leer} = 0,163 \frac{V}{A_{leer}}$$

$$\Rightarrow A_{leer} = 0,163 \frac{V}{T_{60,leer}}$$

Daraufhin wird das absorbierende Material in den Raum eingebracht und erneut die Nachhallzeit gemessen. Für die äquivalente Absorptionsfläche gilt nun:

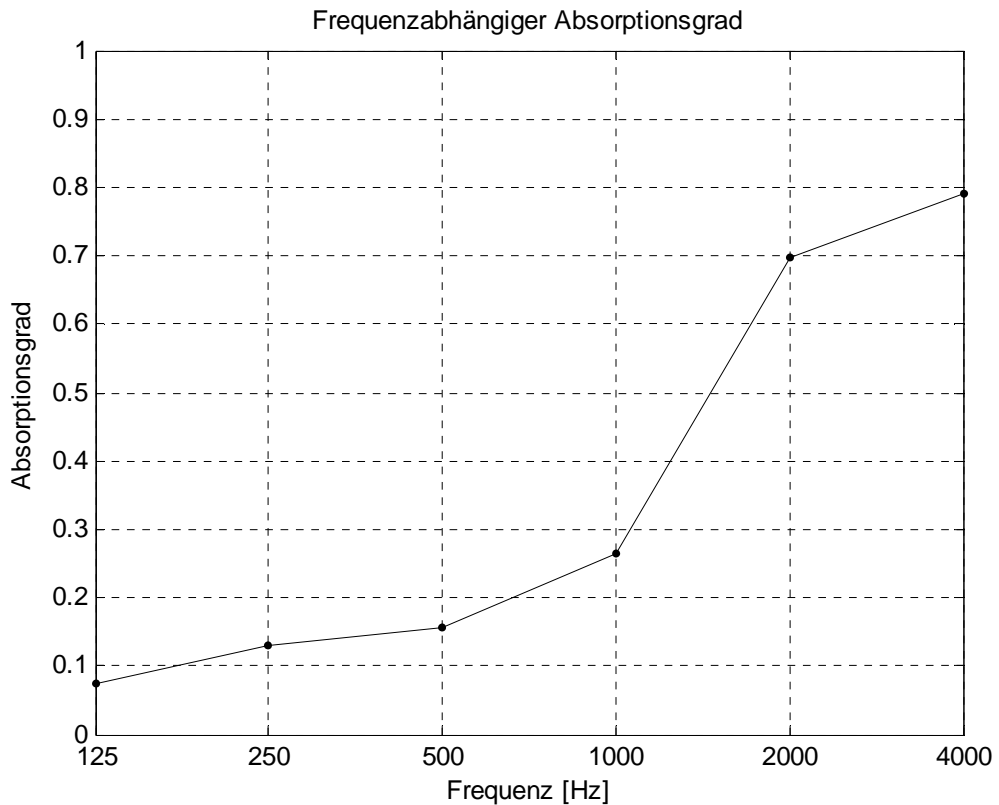
$A_{neu} = A_{leer} + \Delta A$ , wobei  $\Delta A = \alpha \cdot S$ .  $\alpha$  ist dabei der zu bestimmende Absorptionsgrad der Probe und  $S$  deren Fläche. Streng genommen müsste man  $A_{leer}$  noch um die Fläche der Probe reduzieren, da die Fläche ja von der Probe bedeckt wird, es zeigt sich jedoch, dass dieser Fehler im Vergleich zu Messungenauigkeiten der Nachhallzeit nur sehr wenig ins Gewicht fällt.

Durch Umstellen der Sabine'schen Nachhallformel erhält man den Absorptionsgrad:

$$T_{60,neu} = 0,163 \frac{V}{A_{neu}} = 0,163 \frac{V}{\alpha \cdot S + A_{leer}}$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,163 \frac{V}{T_{60,neu} \cdot S} - \frac{A_{leer}}{S} = 0,163 \frac{V}{S} \left( \frac{1}{T_{60,neu}} - \frac{1}{T_{60,leer}} \right)$$

Berechnung und Plot siehe Matlab-File ‚Aufgabe2\_3.m‘



- 2.4 Welchen Absorbenttyp vermuten Sie auf Grundlage der berechneten Absorptionsgrade ? Begründen Sie Ihre Antwort.

Das Diagramm zeigt, dass hohe Frequenzen deutlich stärker absorbiert werden als tiefe. Es handelt sich somit um einen Höhenabsorber. Typische Höhenabsorber sind poröse Absorber (z.B. offenporiger Schaumstoff).

### 3. Diffuses Schallfeld

Meyer gibt für den statistischen Richtfaktor  $\Gamma_{st}$  der Trompete folgende Werte an:

Richtung	Trompete			
	2000 Hz	6000 Hz	10 000 Hz	15 000 Hz
0° (Trichterachse)	2,30	4,40	4,70	6,60
10°	2,21	3,85	4,40	4,40
20°	1,92	3,18	3,35	3,05
30°	1,85	2,35	1,85	1,60
40°	1,78	1,30	1,10	0,87
50°	1,30	0,86	0,75	0,65
60°	1,10	0,60	0,50	0,56
70°	0,94	0,39	0,47	0,51
80°	0,85	0,24	0,32	0,46
90° (seitlich)	0,75	0,15	0,22	0,28

- 3.1 Erläutern Sie die Bedeutung des statistischen Richtfaktors.  
 Der statistische Richtfaktor sagt etwas über die Richtwirkung einer Schallquelle aus. Er ist das Verhältnis des tatsächlich vorhandenen Schalldrucks zu demjenigen Schalldruck, den eine Quelle gleicher Gesamtleistung aber mit Kugelcharakteristik (Kugelquelle) in der gleichen Entfernung hervorrufen würde.  
 Der statistische Richtfaktor kann in Abhängigkeit von der Richtung angegeben werden: Werte, die größer als 1 sind weisen dabei auf Richtungen überdurchschnittlich starker, Werte unter 1 auf Richtungen unterdurchschnittlicher Abstrahlung hin.
- 3.2 Berechnen Sie für die 4 Frequenzen und 10 Einfallrichtungen die Hallabstände einer Trompete in der Berliner Philharmonie ( $V=26.000 \text{ m}^3$ ,  $T=2.0 \text{ s}$ ). Stellen Sie den richtungsabhängigen Hallabstand als Matlab-Plot dar.
- Siehe Matlab-File „Aufgabe 3.m“
- 3.3 Die erste Reihe in der Berliner Philharmonie sei 5 m, die letzte Reihe 40 m von der Trompete entfernt. Wie hoch ist die Schallpegeldifferenz für die beiden Hörpositionen (in  $0^\circ$ -Richtung der Quelle) 1. ohne Berücksichtigung des Raumes (Freifeld) und 2. mit Berücksichtigung des Raumes ?

Ohne Berücksichtigung des Raumes, also im Freifeld nimmt der Schalldruck der Quelle mit  $1/r$  ab. Daher ergibt sich als Pegeldifferenz:

$$\Delta L = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{p_{\text{frei}}(40\text{m})^2}{p_{\text{frei}}(5\text{m})^2} \right) = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{1/40}{1/5} \right) = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{5}{40} \right) = -18,06 \text{ dB}$$

Berücksichtigt man den Raum mit, dann überlagern sich die Schalldrücke von Freifeld und Diffusfeld, da es eine Überlagerung von inkohärenten Signalen ist, addieren sich die Leistungen. Für das Diffusfeld wird davon ausgegangen, dass der Schalldruck im gesamten Raum konstant ist.

An der Stelle des Hallradius sind die Schalldruckwerte von Frei- und Diffusfeld gleich groß. Dementsprechend lässt sich der Wert des Schalldrucks im Diffusfeld berechnen durch den Freifeld-Schalldruck an der Stelle des Hallradius.

Die Pegeldifferenz ergibt sich demnach in Abhängigkeit von  $r_1$ ,  $r_2$  (40m u. 5m) und  $r_H$  wie folgt:

$$\Delta L = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{p_{\text{frei+diffus}}(r_1)^2}{p_{\text{frei+diffus}}(r_2)^2} \right) = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_H^2}}{\frac{1}{r_2^2} + \frac{1}{r_H^2}} \right) = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_H^2}}{\frac{1}{r_2^2} + \frac{1}{r_H^2}} \right)$$

Die vier verschiedenen Hallradien bei 2, 6, 10 und 15 kHz ergeben sich die Hallradien zu 14,9 m, 28,6 m, 30,5 m und 42,9 m.

Demnach ergeben sich folgende Pegeldifferenzen zwischen den Entfernungen 5m und 40m:

$$\Delta L_{2 \text{ kHz}} = -9,4 \text{ dB}$$

$$\Delta L_{6 \text{ kHz}} = -13,5 \text{ dB}$$

$$\Delta L_{10 \text{ kHz}} = -13,8 \text{ dB}$$

$$\Delta L_{15 \text{ kHz}} = -15,4 \text{ dB}$$

- 3.4 Wie verändert sich der Hallabstand (qualitativ), wenn sich die Trompete statt in der Berliner Philharmonie in einem typischen Aufnahmestudio ( $V=1000 \text{ m}^3$ ,  $T=1 \text{ s}$ ) befindet?

Das Verhältnis der Hallabstände ergibt sich wie folgt:

$$\frac{r_{H, \text{Studio}}}{r_{H, \text{Konzertsaal}}} = \frac{0,057 \cdot \Gamma_{st} \cdot \sqrt{\frac{V_{\text{Studio}}}{T_{\text{Studio}}}}}{0,057 \cdot \Gamma_{st} \cdot \sqrt{\frac{V_{\text{Konzertsaal}}}{T_{\text{Konzertsaal}}}}} = \sqrt{\frac{V_{\text{Studio}}/T_{\text{Studio}}}{V_{\text{Konzertsaal}}/T_{\text{Konzertsaal}}}}$$

$$\Rightarrow r_{H, \text{Studio}} = r_{H, \text{Konzertsaal}} \cdot \sqrt{\frac{V_{\text{Studio}}/T_{\text{Studio}}}{V_{\text{Konzertsaal}}/T_{\text{Konzertsaal}}}}$$

Nach Einsetzen der Werte ergibt sich, dass der Hallradius im Studio deutlich kleiner ist als im Konzertsaal.