

1 Symmetrie der diskreten Fouriertransformation (DFT)

Zeigen Sie, dass das Spektrum $X[k]$ der diskreten Fouriertransformation einer Zeitfolge $x[n]$ bezüglich der Achse bei $n = \frac{N}{2}$ symmetrisch ist. In anderen Worten: beweisen Sie, dass folgende Gleichung gilt:

$$X\left[\frac{N}{2} + l\right] = X^*\left[\frac{N}{2} - l\right] \quad (1)$$

2 Diskrete Fouriertransformation (DFT)

Gegeben seien folgende 8 Samples eines Zeitsignals: $[-1, 1, 1, -1, 1, -1, 0, 1]$ für $n = 0, 1, \dots, 7$.

- Berechnen Sie daraus die 8 (komplexen) Werte der DFT.
- Unter der Annahme, dass die Abtastfrequenz $F_s = 48 \text{ kHz}$ beträgt, skizzieren Sie das Betrags- und Phasenspektrum für 2 Perioden und beschriften Sie die Achse richtig. Was können Sie über den Frequenzgehalt des Signals sagen?

3 Inverse Diskrete Fouriertransformation (IDFT)

Gegeben Sei der Betrags- und Phasenfrequenzgang eines Signals, der in Abbildung 1 zu sehen ist.

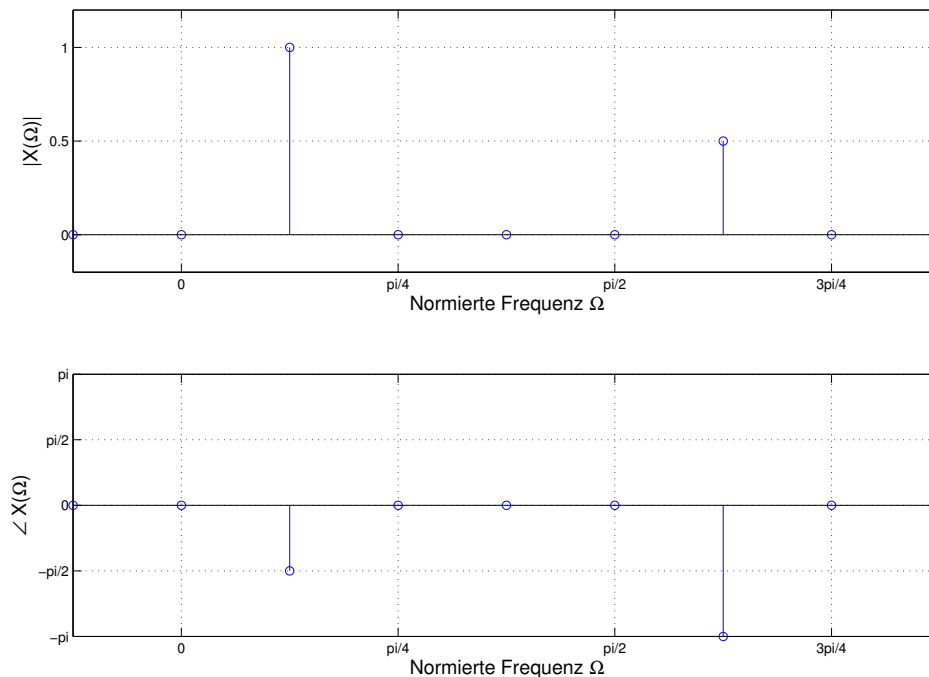


Abbildung 1: Unvollständige DFT einer reellen Zeitfolge

- a) Erweitern Sie das Betrags- und Phasenspektrum derart, dass sich bei der Rücktransformation in den Zeitbereich ein reelles Signal ergibt.
- b) Rekonstruieren Sie das Zeitsignal durch inverse Fouriertransformation. Nach wievielen Samples wiederholt sich das Signal periodisch?
- c) Skizzieren Sie das Zeitsignal innerhalb einer Periode und skalieren Sie die Zeitachse unter Berücksichtigung der Annahme, dass die oben gezeigten Frequenzstützstellen (Frequenzbins) einen Abstand von 500 Hz haben.