1 Allgemeines zur z-Transformation

a) Erklären Sie den Zusammenhang der z-Transformation mit der Fourier-Transformation.

b) Beweisen Sie den Verschiebungssatz der z-Transformation:

$$x_2[n] = x_1[n-k] \Rightarrow X_2(z) = z^{-k} X_1(z)$$

c) Gegeben sei die allgemeine Differenzengleichung eines digitalen IIR-Filters:

$$y[n] = b_0 \cdot x[n] + b_1 \cdot x[n-1] + b_2 \cdot x[n-2] + \ldots - a_1 \cdot y[n-1] - a_2 \cdot y[n-2] + \ldots$$

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Filters durch z-Transformation der Differenzengleichung. Nutzen Sie dazu die Linearitätseigenschaft der z-Transformation aus und wenden Sie den Verschiebungssatz an.

d) Formen Sie die Übertragungsfunktion für ein lineares, zeitinvariantes und kausales IIR-Filter 2. Ordnung in eine Pol-Nullstellen-Form um.

2 Z-Transformation und Übertragungsfunktion

Bestimmen Sie die Differenzengleichung und das Blockschaltbild eines linearen, zeitinvarianten und kausalen Systems mit der Übertragungsfunktion:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + \frac{3}{4} z^{-1}}$$

Zeichnen Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm von $H(z)$.

3 Z-Transformation und Übertragungsfunktion II

a) Bestimmen Sie die Differenzengleichung und das Blockschaltbild eines Systems mit der Übertragungsfunktion:

$$H(z) = 1 - z^{-2}$$

b) Berechnen Sie den Amplitudengang der Fouriertransformierten des Systems. Setzen Sie hierfür $z = e^{j\omega}$ und verwenden Sie dabei folgenden Zusammenhang:

$$\sin(\frac{x}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{2}}$$

c) Plotten Sie in Matlab den errechneten Betragsgang. Kontrollieren Sie ihr Ergebnis mithilfe der Matlab-Funktion `freqz()`. Um welche Art Filter handelt es sich?