Prof. Dr. Stefan Weinzierl 21.11.2013

1 Z-Transformation eines verschobenen Einheitsmpulses

Gegeben sei die Folge $x[n] = \delta[n - n_0]$. Berechnen Sie ihre z-Transformierte, indem Sie sie in die Gleichung der z-Transformation einsetzen. Geben Sie auch den Konvergenzbereich an.

2 Z-Transformation

a) Betrachten Sie die Signale

$$x_1[n] = a^n u[n]$$
$$x_2[n] = -a^n u[-n-1]$$

Bestimmen Sie die z-Transformierten und die Konvergenzbereiche.

b) Gegeben seien die Folgen

$$x_3[n] = (\frac{1}{2})^n u[n] - (-\frac{1}{4})^n u[-n-1]$$
$$x_4[n] = (-\frac{1}{4})^n u[n] + (\frac{1}{2})^n u[n]$$

Wie sieht jeweils die z-Transformierte und der Konvergenzbereich aus? Benutzen Sie die Ergebnisse aus **a)** und stellen Sie auch z-Transformierte und die dazugehörigen Konvergenzbereiche der Teilfolgen von $x_3[n]$ und $x_4[n]$ dar.

3 Eigenschaften des Konvergenzbereichs

Betrachten Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm einer z-Transformierten $X(z)$, welches in Abbildung 1 dargestellt ist.

a) Bestimmen Sie den Konvergenzbereich von $X(z)$, wenn bekannt ist, dass die Fourier-Transformierte existiert. Ermitteln Sie für diesen Fall, ob die entsprechende Folge $x[n]$ rechtsseitig, linksseitig oder zweiseitig ist.

b) Wie viele mögliche zweiseitige Folgen entsprechen dem Pol-Nullstellen-Diagramm?

c) Kann das Pol-Nullstellen-Diagramm mit einer Folge assoziiert werden, die sowohl stabil als auch kausual ist? Wenn ja, geben Sie den dazugehörigen Konvergenzbereich an.

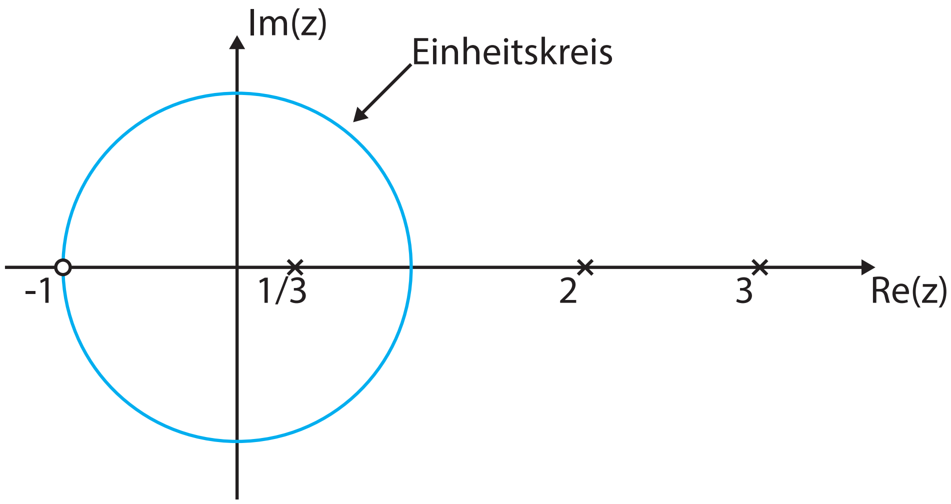

Abbildung 1: Pol-Nullstellen-Diagramm einer z-Transformierten, Kreuze sind Polstellen, Kreise sind Nullstellen