

1 Fourier-Reihe

Gegeben sei das Signal $x(t) = \sin(\omega_0 t)$. Geben Sie die Koeffizienten der Fourier-Reihe an. Benutzen Sie dafür nicht die Analysegleichung der Fourierreihe, sondern stellen Sie die Funktion mit der Eulerbeziehung als Linearkombination komplexer Exponentialfunktionen dar und identifizieren Sie darin die Fourierkoeffizienten (Synthesegleichung der Fourierreihe: $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$). Geben Sie die Koeffizienten sowohl in kartesischer Form als auch in Betrag und Phase an.

2 Fourier-Transformation

Gegeben sei das LTI-System mit dem Frequenzgang

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1 - e^{-j2\omega}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j4\omega}}, \text{ für } -\pi < \omega \leq \pi$$

Bestimmen Sie die Ausgangsfolge $y[n]$ für alle n , wenn die Ausgangsfolge $x[n]$ für alle n folgende Form hat:

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$

Hierzu können Sie Tabelle 2.3 im Oppenheim-Schäfer benutzen.

3 Fourier-Transformation 2

a) Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte $R(e^{j\omega})$ der Folge

$$r[n] = \begin{cases} 1, & \text{für } 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

b) Gegeben Sei die Folge

$$w[n] = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 - \cos(\frac{2\pi}{M}n)), & \text{für } 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Skizzieren Sie $w[n]$ und $r[n]$ in Matlab.

Ermitteln Sie die Fouriertransformierte $W(e^{j\omega})$ von $w[n]$ und drücken Sie diese durch $R(e^{j\omega})$ aus. Hinweis: drücken Sie zuerst $w[n]$ durch $r[n]$ und die komplexen Exponentialfolgen $e^{j(2\pi n/M)}$ und $e^{-j(2\pi n/M)}$ aus.