Prof. Dr. Stefan Weinzierl

Klausur, WiSe 09/10

Name: ________________

Matr.Nr.: ________________

leicht überarbeitete Fassung mit Erfahrungen nach der Klausur, 15.02.2010 14:55

Aufgabe 1: DFT, Amplituden-/Phasengang, Spektrum (15P, 45min)

Gegeben ist die Impulsantwort $h[n]$

$$h[n] = \frac{1}{8} \cdot (11 \cdot \delta[n] - 5 \cdot \delta[n-1] + 7 \cdot \delta[n-2] - 9 \cdot \delta[n-3])$$

1.1 Überprüfen Sie die Kausalität und die Stabilität des Systems $h[n]$ und begründen Sie Ihre Einschätzung! (2P)
1.2 Bestimmen Sie die Differenzengleichung des Systems! (1P)
1.3 Berechnen Sie für $0 \leq n \leq 3$ die DFT $H[k]$ der Impulsantwort $h[n]$ ($h[n] \overset{DFT}{\rightarrow} H[k]$)![1] (5P)
1.4 Berechnen Sie für $0 \leq k \leq 3$ jeweils den Betrag $|H[k]|$ und die Phase $\arg(H[k])$! Bestimmen Sie aus dem Betrag die jeweiligen Pegel und geben Sie die Phasen im Gradmaß an! (4P)
1.5 Der Abstand der DFT-Stützstellen betrage $\Delta f = 500\,Hz$. Skizzieren Sie das DFT-Linienspektrum des Betrags $|H[k]|$ und der Phase $\arg(H[k])$ über der Frequenz $0\,Hz \leq f \leq 4000\,Hz$! (2P)
1.6 Geben Sie die aus **1.5** resultierende Samplingfrequenz f_s an! (1P)

Aufgabe 2: Blockschaltbild, Z-Transformation, Pol-/Nullstellen (6P, 15min)

Gegeben ist das Blockschaltbild eines zeitdiskreten Systems $h[n]$ in Abb. 1.
2.1 Ermitteln Sie die Differenzengleichung des Systems $h[n]$![2] (1P)

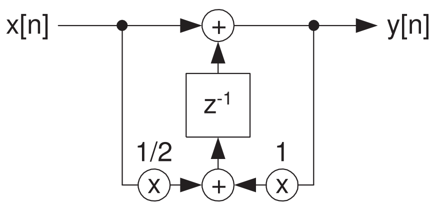

Abbildung 1: Blockschaltbild für System $h[n]$ zu Aufgabe 2

2.2 Berechnen Sie die z-Transformierte $H(z)$ dieses Systems $h[n]$! (1P)
2.3 Berechnen Sie die Pol- und Nullstellen von $H(z)$ und zeichnen Sie diese in ein Pol-/Nullstellendiagramm! (2P)
2.4 Treffen Sie eine Aussage über die Stabilität des Systems und begründen Sie Ihre Aussage! (2P)

[1] Rechnen Sie bitte bei fehlender Lösung von **1.3** mit $H[0] = -8 \quad H[1] = 3 - 4\,\mathrm{j} \quad H[2] = 4 \quad H[3] = 3 + 4\,\mathrm{j}$ weiter.
[2] Rechnen Sie bitte bei fehlender Lösung von **2.1** mit $y[n] = \frac{1}{2}\,x[n] + \frac{1}{3}\,x[n-1] - y[n-1]$ weiter.

Aufgabe 3: Abtastung (4P, 10min)

Die höchste vorkommende Frequenz $f = 4\,kHz$ in einem analog aufgezeichneten Sprachsignal sei durch ein ideales Tiefpassfilter sichergestellt.
3.1 Geben Sie die kleinst mögliche Abtastfrequenz an, mit der dieses Sprachsignal ohne Informationsverluste zeitdiskretisiert werden kann! (1P)
3.2 Zeichnen Sie in einem Frequenzbereich $0\,Hz \leq f \leq 12\,kHz$ das auf der Frequenzachse genau skalierte, auf der Amplitudenachse nur skizzierte Betragsspektrum
-a) des mit einer Abtastfrequenz von $fs = 10\,kHz$ abgetasteten, zeitdiskreten Signals
-b) des mit einer Abtastfrequenz von $fs = 7.5\,kHz$ abgetasteten, zeitdiskreten Signals! (2P)
3.3 Welcher Frequenzbereich des Sprachsignals kann bei der Abtastung mit $fs = 7.5\,kHz$ wieder völlig fehlerfrei rekonstruiert werden? (1P)

Aufgabe 4: Faltung (6P, 20min)

Gegeben sind die beiden Folgen $h[n]$ und $x[n]$ in Abb. 2. Für die **nicht** dargestellten Werte n ist $h[n] = 0$ und $x[n] = 0$.
4.1 Berechnen und skizzieren Sie das Ergebnis der Faltung $y[n] = h[n] * x[n]$! (3P)

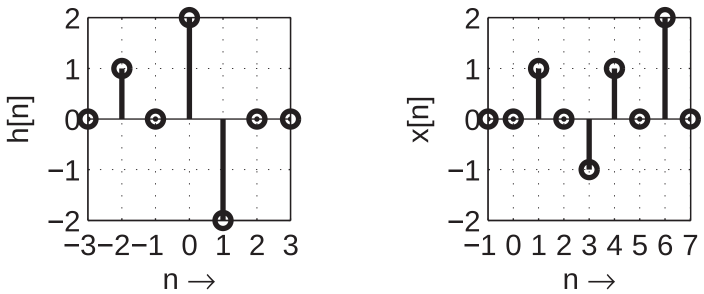

Abbildung 2: Folgen $h[n]$ und $x[n]$ zu Aufgabe 4.1

Gegeben sind nun Eingangssignal $x[n]$ und Ausgangssignal $y[n]$ eines LTI-Systems in Abb. 3. Für die **nicht** dargestellten Werte n ist $x[n] = 0$ und $y[n] = 0$.
4.2 Bestimmen Sie die Impulsantwort $h[n]$ des Systems durch Überlegungen zur diskreten Faltung! (3P)

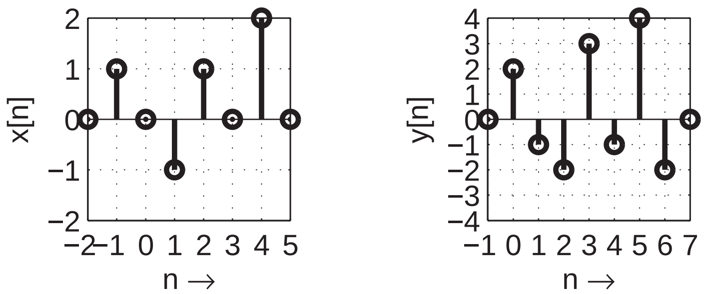

Abbildung 3: Folgen $x[n]$ und $y[n]$ zu Aufgabe 4.2