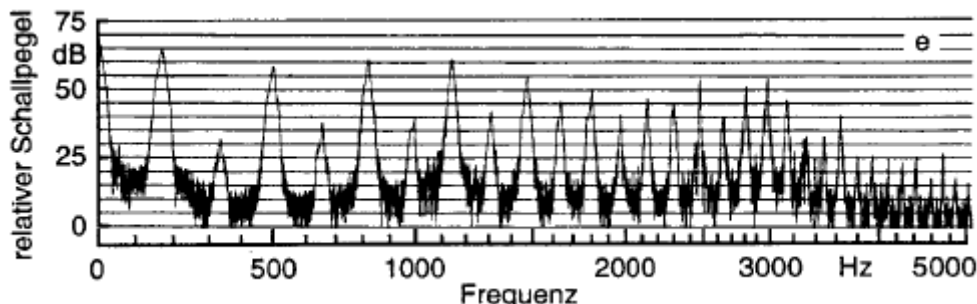


Prof. Dr. Stefan Weinzierl

14. Aufgabenblatt

Synthese eines Klarinettensignals

Gegeben sei das folgende Klangspektrum einer Klarinette:



Synthetisieren Sie mithilfe von Matlab ein Klarinettensignal, indem Sie das oben abgebildete Signal nachbilden und durch inverse Fourier-Transformation in den Zeitbereich transformieren. Der Grundton des Signals soll dabei wie oben abgebildet der Ton e (das ‚e‘ in der ‚kleinen Oktave‘) sein. Die Länge des Klarinettentons soll 3 Sekunden betragen, die Abtastrate sei 48 kHz.

Gehen Sie dazu wie folgt vor:

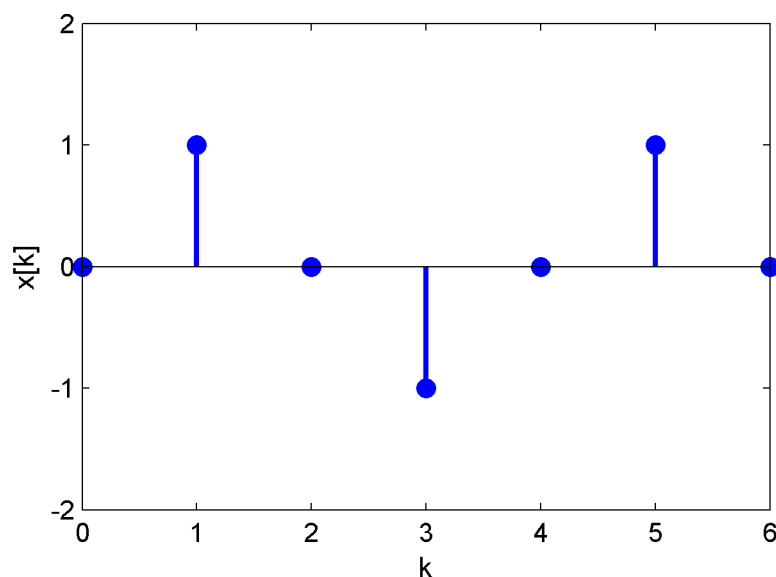
1. Speichern Sie zunächst alle Werte, die Sie der Aufgabenstellung entnehmen können in Variablen mit aussagekräftigen Bezeichnungen. Berechnen Sie insbesondere den genauen Wert der Grundfrequenz, wenn Sie temperierte Stimmung und einen Kammerton von $a' = 440$ Hz annehmen.
2. Lesen Sie die relativen Pegel der ersten 14 Teiltöne aus dem oben abgebildeten Diagramm ab und speichern Sie diese in einem Vektor. Rechnen Sie die Werte in Matlab in die entsprechenden Amplituden um.
3. Überlegen Sie sich, wie viele Frequenzstützpunkte das Fourierspektrum enthalten muss, damit sich nach der Rücktransformation ein Signal der geforderten Länge ergibt. Speichern Sie auch diesen Wert in einer Variablen.
4. Berechnen Sie, an welchem Index des (noch zu erstellenden) Frequenzvektors die Grundschiwingung liegen muss. Überlegen Sie sich dazu, welchen Frequenzabstand benachbarte Stützstellen haben und welcher Frequenz der erste Index des Frequenzvektors entspricht. Tun Sie dabei so, als begänne die Indexzählung in Matlab mit 0 (der Fehler wird später korrigiert). Es ist notwendig auf ganzzahlige Indizes zu runden, da die oben berechnete Grundschiwingung nicht exakt auf eine der Frequenzstützstellen fällt.
5. Erzeugen Sie das Betragsspektrum. Initialisieren Sie dazu zunächst einen Vektor mit Nullen, dessen Länge der Hälfte der Länge des Fourierspektrums entspricht. Setzen Sie die Werte der ganzzahligen Vielfachen der Grundschiwingung auf die

entsprechende Amplitude; die entsprechenden Indizes erreichen Sie, indem Sie die ganzzahligen Vielfachen des Index der Grundschwingung betrachten und jeweils um den Wert 1 erhöhen, um den oben genannten Indexfehler auszugleichen.

6. Berücksichtigen Sie die Symmetrie des Betragsfrequenzgangs (siehe 3. Übung Aufgabe 1) und erweitern Sie das Betragsspektrum auf die volle, oben berechnete Länge.
7. Erzeugen Sie das Phasenspektrum. Das Phasenspektrum soll dabei so gewählt werden, dass das resultierende Signal bei dem Wert 0 beginnt, sodass es zu Beginn nicht zu einem Amplitudensprung kommt. Überlegen Sie dazu bei welchem Phasenwert dies der Fall ist. Erzeugen Sie hierbei zunächst einen Vektor der Länge des Fourierpektrums, der nur Nullen enthält. Setzen Sie daraufhin alle Frequenzstützstellen der ersten Hälfte des Phasenspektrums auf diesen Wert. Setzen Sie in einem zweiten Schritt die Werte der zweiten Hälfte des Phasenspektrums auf die entsprechenden Werte und berücksichtigen Sie hierbei ebenfalls die Symmetrieeigenschaften (siehe 3. Übung Aufgabe 1). Welche Bedingung muss bei den Frequenzstützstellen 0 und $f_s/2$ gelten?
8. Setzen Sie schließlich Betrag und Phasenspektrum zu einem komplexen Spektrum zusammen.
9. Berechnen Sie durch inverse Fouriertransformation das Zeitsignal. Überprüfen Sie dabei, ob das resultierende Signal tatsächlich reell ist. Sollte dies nicht der Fall sein, haben Sie die Symmetrien der Fouriertransformation nicht exakt berücksichtigt. Die Funktionen `real()` oder `abs()` zu verwenden, um das Signal reell zu machen, ist nicht zulässig!
10. Geben Sie das Signal über Ihre Soundkarte aus.
11. Plotten Sie das Betragsspektrum bis zu einer Frequenz von 2,5 kHz, sowie das Zeitsignal im Bereich von 0 bis 200 ms.

DFT und Abtastung

Gegeben sei ein analoger Sinusverlauf mit 1 kHz Signalfrequenz. Als Ergebnis einer Abtastung mit der Abtastfrequenz $f_s = 4$ kHz ergibt sich folgendes diskretes Signal:



- a) Berechnen Sie für ein Analysefenster von vier Abtastwerten ($k = 0 \dots 3$) die vier Werte $X[k]$ einer Diskreten Fouriertransformation (DFT).
- b) Zeichnen Sie das Betragsspektrum $|X[k]|$ und skalieren Sie die Indizes k mit den zugehörigen Frequenzwerten f wenn $f_s = 4$ kHz
- c) Wenn Sie das gleiche analoge Signal mit einer Abtastfrequenz von $f_s = 1,5$ kHz abtasten: Bei welchen Frequenzen erwarten Sie Anteile im Spektrum $X(f)$? Wie groß müssen Sie das Analysefenster wählen (wieviele Abtastwerte), um $X(f)$ genau an diesen Stellen abzutasten ?