Einführung in die digitale Signalverarbeitung

Prof. Dr. Stefan Weinzierl

Musterlösung 2. Aufgabenblatt

1. Verarbeitung von Audiofiles in Matlab

siehe Matlab-File „Aufgabe1.m“

2. Faltung und Impulsantwort

2.1 Ausgehend vom Faltungsprodukt

$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k)x(n-k)$$

betrachten wir zu jedem Zeitpunkt n das Signal x(n-k) und die Impulsantwort h(k), berechnen das Produkt der beiden Signale und summieren über alle Zeitpunkte k.

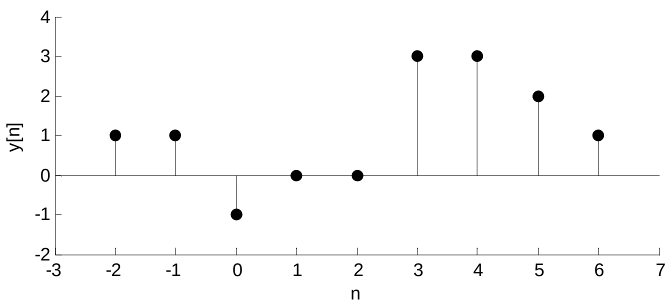
Zum Zeitpunkt n = -3 betrachten wir h(k) und x(-3-k).
Es ergibt sich y(-3) = 0.

Zum Zeitpunkt n = -2 betrachten wir h(k) und x(-2-k).
Es ergibt sich y(-2) = 1*1 = 1.

Zum Zeitpunkt n = -1 betrachten wir h(k) und x(-1-k).
Es ergibt sich y(-2) = 2*1 + 1*(-1) = 1.

usw.

Ergebnis:



2.2 – 2.3 siehe Matlab-Files „Aufgabe2.m“ und „FIR.m“

3. Fourier-Transformation

Euler'sche Gleichungen

$$e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j\sin(\alpha)$$

$$e^{-j\alpha} = \cos(\alpha) - j\sin(\alpha)$$

Durch Addition und Subtraktion der Gleichungen ergeben sich:

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{2}\left(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}\right)$$

$$\sin(\alpha) = \frac{1}{2j}\left(e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}\right)$$

Demnach ist:

$$x(t) = \sin(\omega_0 t) = \frac{1}{2j}\left(e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}\right)$$

$$= \frac{1}{2j}e^{j\omega_0 t} - \frac{1}{2j}e^{-j\omega_0 t}$$

Die Synthesegleichung der Fourieranalyse lautet:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

Durch Koeffizientenvergleich erhalten wir:

$$c_1 = \frac{1}{2j} = -\frac{j}{2} = 0 + j\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$c_{-1} = -\frac{1}{2j} = \frac{j}{2} = 0 + j\left(\frac{1}{2}\right)$$

Nach Betrag und Phase:

$$|c_1| = \sqrt{0^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$$

$$\angle(c_1) = -\frac{\pi}{2}$$

$$|c_2| = \sqrt{0^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$$

$$\angle(c_2) = \frac{\pi}{2}$$