

# Einführung in die digitale Signalverarbeitung

---

Prof. Dr. Stefan Weinzierl

## 6. Aufgabenblatt

### 1. Eigenschaften von Systemen

Zwei diskrete Systeme werden durch folgende Gleichungen beschrieben.  
( $x[k]$  = Eingangssignal,  $y[k]$  = Ausgangssignal)

1.1  $y_1[k] = 5 \cdot x[k + 1]$

1.2  $y_1[k] = 5 + x[k - 1]$

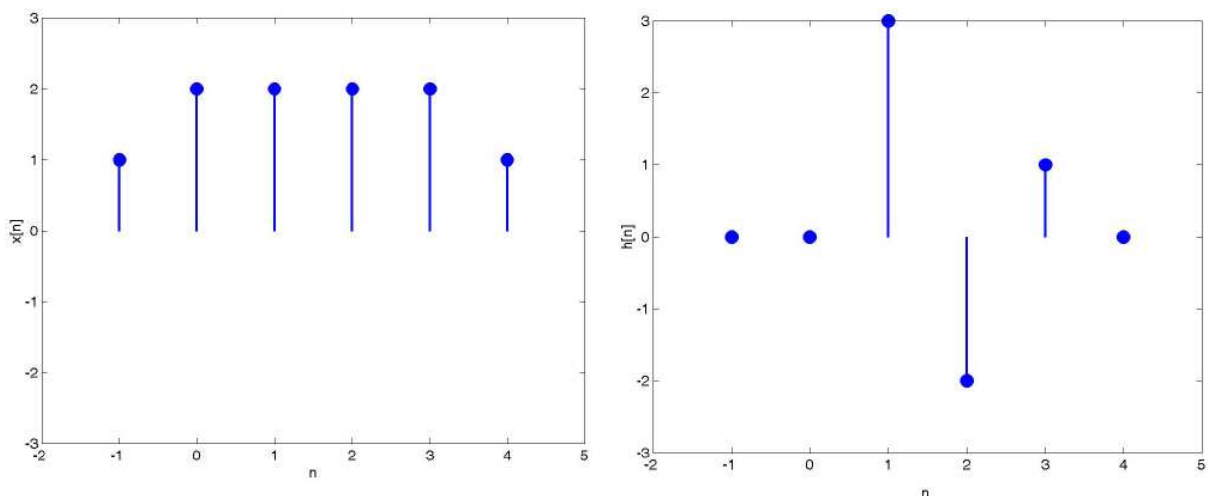
Untersuchen Sie die Systeme bezüglich der Eigenschaften

- Kausalität
- Linearität und
- Zeitinvarianz

und begründen Sie die jeweiligen Antworten, indem Sie überprüfen, ob die Voraussetzungen für alle Eingangssignale erfüllt sind.

### 2. Faltung und Impulsantwort

Gegeben sei Eingangssignal  $x[n]$  und Impulsantwort  $h[n]$  eines diskreten Systems:

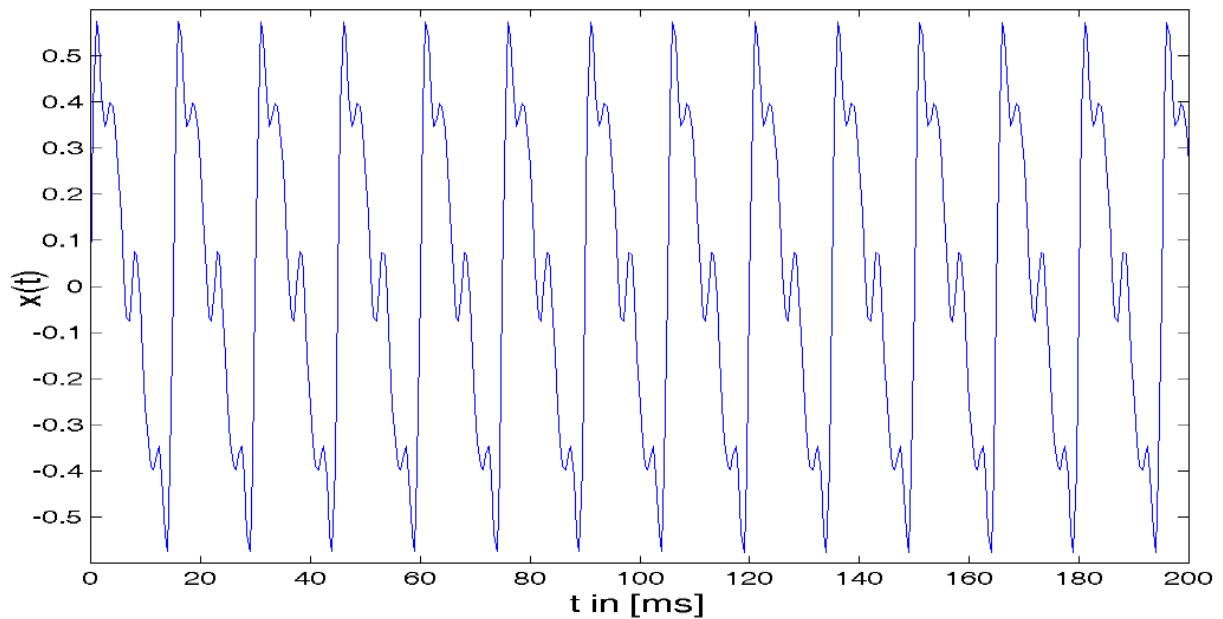


2.1 Skizzieren Sie das Faltungsprodukt  $y[n] = x[n] * h[n]$

2.2 Zeichnen Sie ein Blockschaltbild für ein FIR-Filter mit der skizzierten Impulsantwort  $h[n]$ .

### 3. DFT und FFT

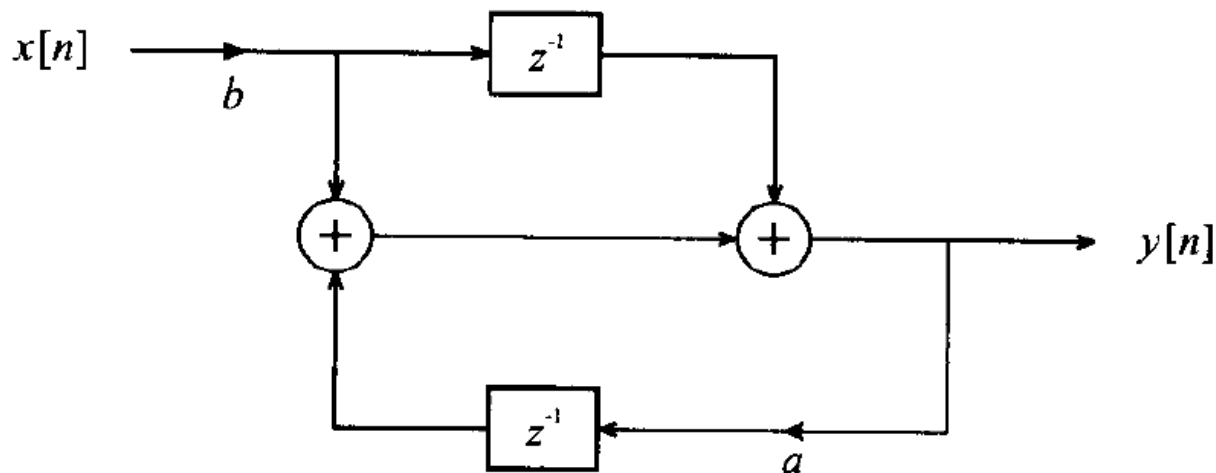
Gegeben sei ein periodisches Musiksignal mit folgendem Verlauf:



- 3.1 Beschreiben Sie das zugehörige Spektrum, soweit dies aus dem vorliegenden Zeitsignal möglich ist.
- 3.2 Sie analysieren das Signal mittels einer FFT der Blocklänge 512 bei einer Abtastfrequenz von 48 kHz. Wie groß ist die spektrale Auflösung, d.h. der Abstand  $\Delta f$  (in Hz) der diskreten Frequenzstützpunkte ?
- 3.3 Was können Sie tun, um die spektrale Auflösung der FFT zu erhöhen ?
- 3.4 Der FFT-Analysator bietet ein Rechteckfenster und ein Hanningfenster als Fensterfunktion an. Welche Fensterfunktion wählen Sie, wenn die Signalperiode unbekannt oder nicht konstant ist ? Wie wirken sich die unterschiedlichen Fensterfunktionen auf das Ergebnis aus ?

## 4. z-Transformation und Übertragungsfunktion

Gegeben sei folgendes System 1. Ordnung:

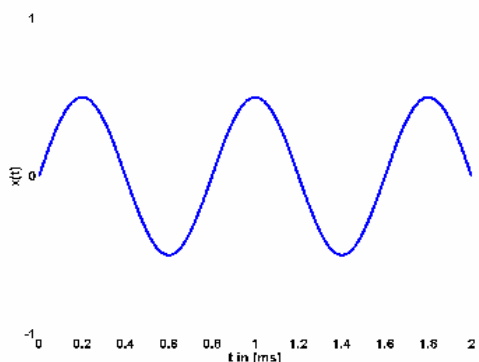


- 4.1 Bestimmen Sie die Differenzgleichung des Systems.
- 4.2 Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion  $H(z)$  des Systems.
- 4.3 Bestimmen Sie für  $a=b=1$  den Amplitudengang  $|H(e^{j\Omega})|$  des Systems.

Hinweis:  $\cot\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{1 + \cos(x)}}{\sqrt{1 - \cos(x)}} = \frac{\sin(x)}{1 - \cos(x)}$

## 5. Abtastung

Gegeben sei folgender Ausschnitt eines sinusförmigen, zeitkontinuierlichen und zeitlich unbeschränkten Signals.



Zeichnen Sie in einem Frequenzbereich von 0 bis 10 kHz das auf der Frequenzachse genau skalierte, im Hinblick auf die Amplitude nur skizzierte Betragsspektrum

- 5.1 des kontinuierlichen, ungenfensterten Signals
- 5.2 des mit einer Abtastfrequenz von  $f_s = 4$  kHz abgetasteten Signals
- 5.3 des mit einer Abtastfrequenz von  $f_s = 2$  kHz abgetasteten Signals