

Einführung in die digitale Signalverarbeitung

Prof. Dr. Stefan Weinzierl

5. Aufgabenblatt

1. z-Transformation

1.1 Erklären Sie den Zusammenhang der z-Transformation mit der Fouriertransformation.

1.2 Beweisen Sie den Verschiebungssatz der z-Transformation:

Verschiebungssatz:

Aus $x_2[n] = x_1[n - k]$ folgt: $X_2(z) = z^{-k} \cdot X_1(z)$

1.3 Gegeben sei die allgemeine Differenzgleichung eines digitalen IIR-Filters:

$$y[n] = a_0 \cdot x[n] + a_1 \cdot x[n-1] + a_2 \cdot x[n-2] + \dots + b_1 \cdot y[n-1] + b_2 \cdot y[n-2] + \dots$$

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Filters durch z-Transformation der Differenzgleichung. Nutzen Sie dazu die Linearitätseigenschaft der z-Transformation aus und wenden Sie den Verschiebungssatz an.

Wie kann man sich eine Übertragungsfunktion $H(z)$ anschaulich vorstellen?

1.4 Formen Sie die Übertragungsfunktion für ein Filter 2. Ordnung in eine Pol-Nullstellen-Darstellung um.

2. z-Transformation und Übertragungsfunktion

2.1 Bestimmen Sie Differenzgleichung und Blockschaltbild eines Systems mit der Übertragungsfunktion $H(z) = 1 - z^{-2}$.

2.2 Berechnen Sie den Amplitudengang und Phasengang des Systems.

Verwenden Sie dabei folgende Zusammenhänge:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cot \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 - \cos x}, \quad \arctan x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arc} \cot x$$

2.3 Plotten Sie in Matlab den errechneten Betrags- und Phasengang. Kontrollieren Sie ihr Ergebnis mithilfe der Matlab-Funktion `freqz()`. Um welche Art von Filter handelt es sich?