

1 Autokorrelation, Leistung und Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion eines Sinussignals

Bei stochastischen Signalen kann die Autokorrelationsfunktion (AKF) ebenfalls als Erwartungswert ausgedrückt werden:

$$\varphi_{xx}(\tau) = E\{X_t \cdot X_{t-\tau}\}$$

Bei periodischen Signalen kann die Berechnung der AKF auch im Zeitbereich durch Integration über eine Periode erfolgen:

$$\varphi_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t - \tau) dt$$

a) Berechnen Sie mit Hilfe der obigen Gleichung die AKF eines Sinussignals $x(t) = A \cdot \sin(\omega t)$ und erläutern Sie anhand des Ergebnisses die Eigenschaften der AKF.

(Hilfe: $\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$)

b) Berechnen Sie die Leistung des Signals mit Hilfe der AKF und auf anderem Weg. Vergleichen Sie die beiden Ergebnisse.

c) Erzeugen Sie in Matlab ein Sinus-Signal mit einer Periodendauer von 44100 Samples und einer Abtastfrequenz von 44.1 kHz und stellen Sie dessen WDF dar. Überlegen Sie dafür, wie Gl. 1 für den zeit- und wertediskreten Fall aussieht.

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_X(x) dx = 1 \quad (1)$$

d) Berechnen Sie die Leistung des Sinus-Signals mit Hilfe der WDF

Matlab-Funktionen: *hist*, *sin*

2 Autokorrelation und Leistungsdichtespektrum von Rauschen

Die Autokorrelationsfunktion eines Signals ist definiert als der Erwartungswert des Produktes zweier Amplitudenwerte desselben Zufallssignals zu unterschiedlichen Zeitpunkten und hängt bei stationären Signalen nur von der Verschiebung dieser Zeitpunkte zueinander ab:

$$\varphi_{xx}(\tau) = E\{X_t \cdot X_{t-\tau}\}$$

Ihre Fouriertransformierte, das Leistungsdichtespektrum, liefert Informationen über die spektrale Verteilung der Leistung eines Signals. Gegeben sei ein bandbegrenztes, weißes Rauschsignal mit dem Leistungsdichtespektrum

$$S_{xx}(\omega) = \begin{cases} S_0 & , |\omega| \leq \omega_0 \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases}$$

- a) Berechnen Sie die Leistung des Rauschsignals
- b) Berechnen Sie die Autokorrelation $\varphi_{xx}(\tau)$ des Signals
- c) Bestimmen Sie aus der AKF die Leistung des Signals und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Wert aus a).
- d) Geben Sie die AKF desselben Signals an, diesmal für einen nicht Bandbegrenzten Fall. Wie interpretieren Sie das Ergebnis im Vergleich zu Aufgabe b)?

3 Quantisierung

- a) Erzeugen Sie ein Sinussignal mit $f = 500 \text{ Hz}$ der Länge 1 s , tasten Sie es mit einer Abtastrate $f_s = 44,1 \text{ kHz}$ ab. Schreiben Sie eine Funktion mit folgenden Parametern, die das Signal quantisiert.

$$xQ = xquant(x, nbits, method)$$

„method“ soll dabei ein Parameter für die Art der Quantisierungskennlinie sein (mid-tread bzw. mid-rise), „nbit“ die zur Quantisierung benutzte Wortbreite und „x“ das Signal selbst. Überlegen Sie zunächst wie die zu implementierenden Quantisierungskennlinien zu beschreiben sind.

- b) Quantisieren Sie das Signal mit einer Wortbreite von 3 bit. Verwenden Sie hierfür sowohl eine mid-tread, als auch eine mid-rise Kennlinie. Plotten Sie das Originalsignal und die quantisierten Signale im Zeit- und Frequenzbereich.
- c) Erweitern sie die Funktion xquant um die Berechnung des Quantisierungsfehlers und plotten Sie dessen zeitlichen Verlauf und die Amplitudenverteilung als Histogramm.

Matlab-Funktionen: function, quantiz, hist, fft