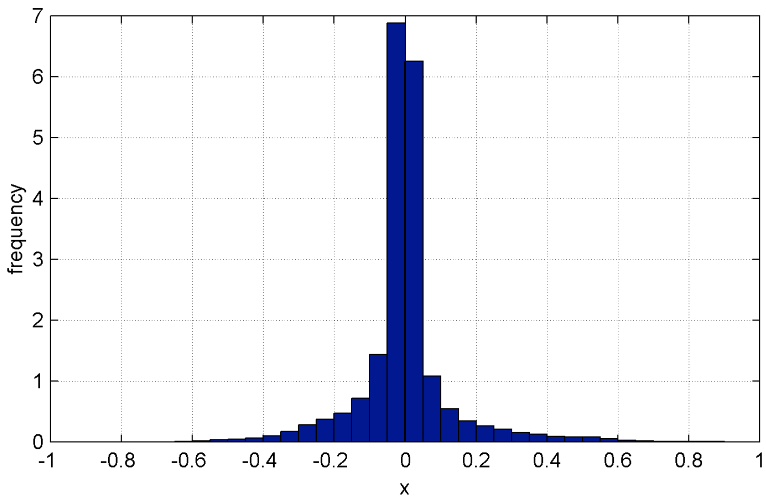
Audiotechnik II – Wintersemester 10/11

Prof. Dr. Stefan Weinzierl

11. Aufgabenblatt: Probeklausur

1. Quantisierung und Signal-Rauschabstand (11P)

Für mit 8 bit Wortbreite linear quantisierte Sprachsignale soll ein mittlerer Signal-Rauschabstand als Pegeldifferenz von Signalleistung $\sigma_X^{\ 2}$ zu Fehlerleistung $\sigma_E^{\ 2}$ berechnet werden. Für ein typisches, vollausgesteuertes Sprachsignal wurde hierbei folgende Häufigkeitsverteilung der Amplituden gemessen:



Da das Histogramm als Modell für eine idealisierte Amplitudendichteverteilung dienen soll, wurde die Häufigkeit auf der y-Achse bereits so normiert, dass die Fläche unter der Kurve gleich 1 ist.

Das Histogramm soll durch eine Laplaceverteilung angenähert werden, d.h. durch eine Funktion $p_X(x) = a\cdot\exp(-b\cdot|x|)$.

1.1 Bestimmen Sie die Konstanten a und b so, dass
a. die Normierung der Dichtefunktion $p_X(x)$ erfüllt ist und
b. im Modell $p_X(x)$ statistisch nur einer von 10^6 Abtastwerten übersteuert ist ($|x| > 1$). (2P)

1.2 Bestimmen Sie in Abhängigkeit von den Konstanten a und b die mittlere Signalleistung als 2. Moment (Varianz) $E\{X^2\} = \sigma_X^{\ 2}$ der Amplitude X mit der Amplitudendichteverteilung $p_X(x)$. (3P)
Hinweis: Das in der Rechnung auftretende Integral lässt sich durch partielle Integration lösen, wobei gilt: $\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$

1.3 Geben Sie unter der Annahme, dass der Quantisierungsfehler für das mit 8 bit Wortbreite linear quantisierte Signal eine rechteckförmige Verteilung aufweist, eine Amplitudendichteverteilung $p_E(e)$ für den Quantisierungsfehler an. Die

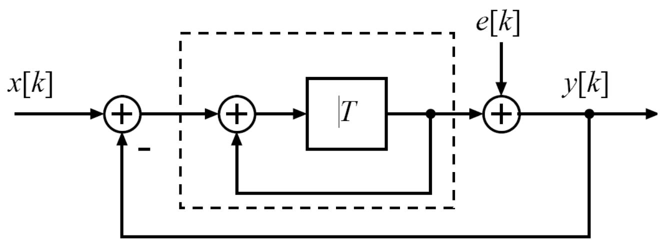
Amplitudenachse sei weiterhin auf einen Full Scale Level von 1 normiert, die y-Achse muss entsprechend skaliert werden. (2P)

1.4 Berechnen Sie für den wie in 1.3 verteilten Quantisierungsfehler die Rauschleistung $\sigma_E{}^2$. (2P)

1.5 Berechnen Sie aus den Ergebnissen von 1.2 und 1.4 den Signal-Rauschabstand (SNR) für ein typisches Sprachsignal. Welchen Wert nimmt er für die in 1.1 bestimmten Werte von a und b an? (2P)

2. Delta-Sigma-Modulation (10 P)

Gegeben sei ein Noise-Shaping-Filter zur Wortbreitenkonvertierung mit folgendem Signalflussdiagramm:



Dabei steht x[k] für das Eingangssignal, y[k] für das Ausgangssignal, und e[k] für den bei der Requantisierung auftretenden Quantisierungsfehler

2.1 Bestimmen Sie die Differenzengleichung des Systems. Geben Sie mit Hilfe der Übertragungsfunktion $H_{int}(z)$ für den Integrierer zunächst einen Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangssignal im z-Bereich an, setzen Sie die Übertragungsfunktion des Integrierers ein, und transformieren Sie die resultierende Systemfunktion zurück in den Zeitbereich. (2P)

2.2 Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion H_{STF} für das Nutzsignal mit

$$H_{STF}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

und die die Übertragungsfunktion H_{NTF} für den Quantisierungsfehler

$$H_{NTF}(z) = \frac{Y(z)}{E(z)} \qquad \text{(2P)}$$

2.3 Bestimmen Sie den Amplitudengang $|H_{NTF}(e^{j\Omega})|$ der Rauschübertragungsfunktion und skizzieren Sie sie im Intervall $\Omega \subset [0;\pi]$, indem Sie Werte im Abstand von $\pi/4$ berechnen. Um welche Art von Filter handelt es sich? (3P)

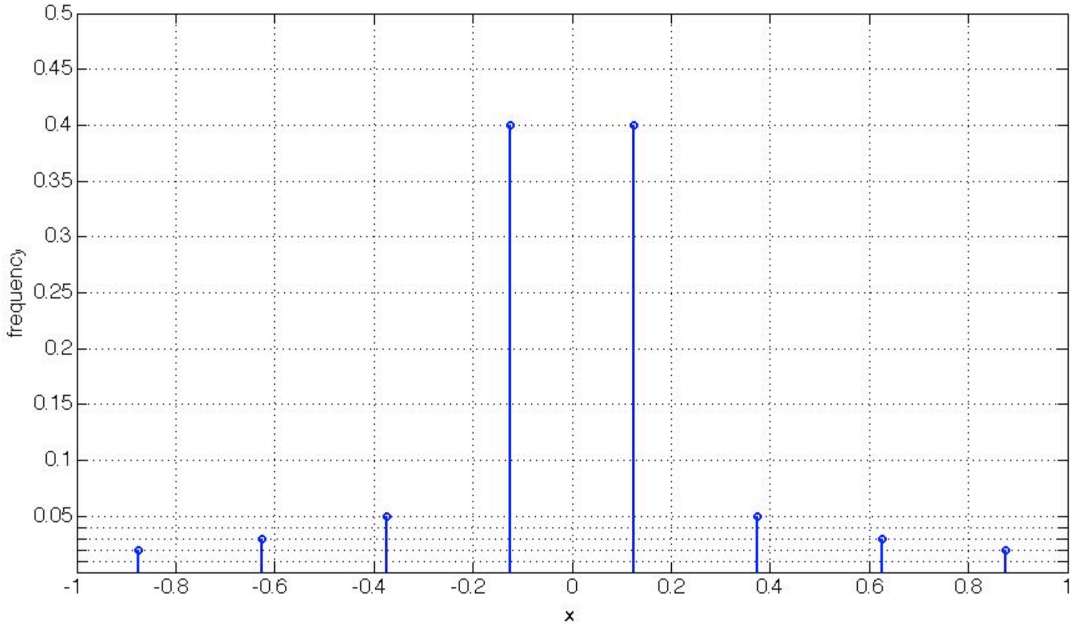
Hinweis: Zur Vereinfachung kann die Beziehung $\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$ verwendet werden.

2.4 Wenn wir den Quantisierungsfehler E[z] als weißen Rauschprozess mit einem konstanten Leistungsdichtespektrum von $S_{EE}(e^{j\Omega}) = S_0$ annehmen: Um welchen Faktor N_{NS} steigt die Rauschleistung durch das Noise-Shaping-Filter ? (2P)

2.5 Warum führt ein Noise-Shaping-Filter trotz des in 2.4 berechneten Wertes von $N_{NS} > 1$ zu einer perzeptiven Verbesserung des Signal-Rauschabstands? (1P)

3. Kodierung (7P)

Nach einer Requantisierung des Sprachsignals aus Aufgabe 1 auf eine Wortbreite von 3 bit treten die 8 möglichen Amplitudenstufen annähernd mit folgender, symmetrischer relativer Häufigkeit auf:



3.1 Bestimmen Sie die Entropie des Signals. Wie groß ist die Koderedundanz eines gleichmäßigen 3 bit-Quellkodes? (3P)
[Merke: $\log_2(x) = \log_{10}(x) / \log_{10}(2)$]

3.2 Konstruieren Sie eine Huffman-Kodetabelle für diesen Quellkode und berechnen Sie die Koderedundanz für diesen Fall. (3P)

3.3 Um welchen Faktor lässt sich die Bitrate des Sprachsignals durch Huffman-Kodierung reduzieren? (1P)