

### 1. Aufgabe: Gütekriterien von A/D- und D/A-Wandlern

a. Was versteht man unter den Begriffen Linearitätsfehler und Jitter?

Als Linearitätsfehler werden Unregelmäßigkeiten in der Wandlerkennlinie, hervorgerufen durch Bauteiltoleranzen der Widerstände, bezeichnet. Sind diese größer als  $\pm 1$  LSB wird von einem Monotoniefehler gesprochen. Linearitätsfehler verursachen nichtlineare Verzerrungen.

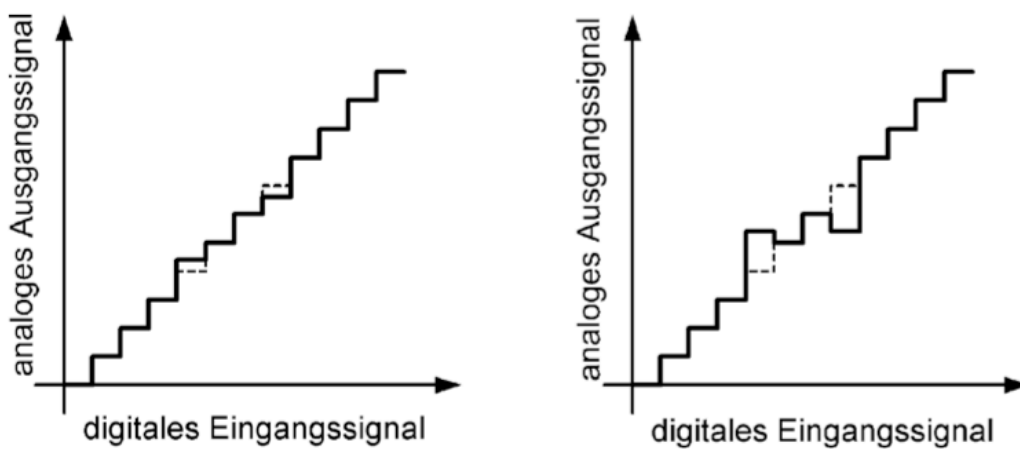


Abb. 1: Linearitätsfehler (links) und Monotoniefehler (rechts). Grafik aus: S Weinzierl (Hrsg., 2008): Handbuch der Audiotechnik, Heidelberg, Springer.

Jitter, auch Phasenrauschen genannt, kommt zustande, wenn ein Signal bei der Wandlung nicht an den vorgesehenen Stellen abgetastet wird. Die Folge ist ein zusätzliches Rauschen, das sich zum Quantisierungsfehler addiert.

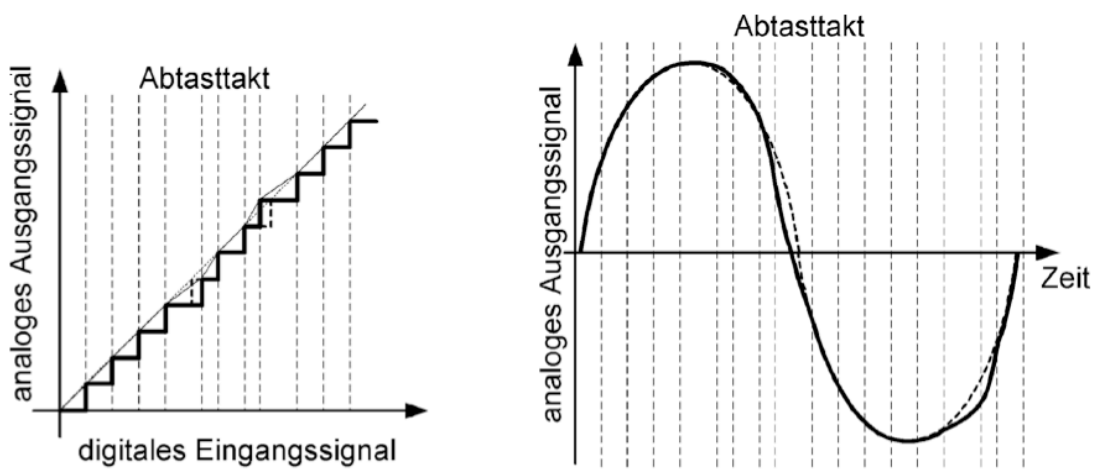


Abb. 2: Amplitudenfehler durch Jitter: Wandlerkennlinie (links) und Sinussignal (rechts). Aus: S Weinzierl (Hrsg., 2008): Handbuch der Audiotechnik, Heidelberg, Springer.

- b. Erläutern Sie das Messverfahren für die Größen THD+N und Dynamic Range.

### **THD+N :**

THD+N (total harmonic distortion plus noise) ist das Verhältnis aller Oberschwingungen *inkl.* Grundrauschen zu den Oberschwingungen, Grundrauschen und dem voll ausgesteuerten Messsignal (Effektivwerte).<sup>1</sup> Der THD+N ist also einfacher zu messen als der THD allein, da bei letzterem auch Aliasinganteile der Obertöne an völlig anderen Positionen als der Obertonreihe auftreten können und berücksichtigt werden müssten. Diese aufwändige Spektralanalyse kann entfallen, da beim THD+N einfach „alles“ im hörbaren Audiobereich in den Messwert einfließt, was sich vom Messton unterscheidet. Die Messung berücksichtigt somit nicht nur harmonische Oberwellen, sondern das gesamte Störspektrum einschließlich unharmonischer Anteile, Einstreuungen, Brummen, Rauschanteile u.ä.

Ablauf der Messung:

- rege mit  $f_0 = 997\text{Hz}$  Ton bei  $-0,5\text{ dB FS}$  /  $-1\text{ dB FS}$  an
- messe Effektivwert von Rauschen und Verzerrungsprodukten im gesamten Audio-band bei Unterdrückung von  $f_0$  durch Notch-Filter
- bilde Verhältnis zu ungefiltertem Signal und berechne Pegel

Notation z.B.: THD+N (997 Hz, -1 dB FS) = -85 dB FS

Für das Grundrauschen wird üblicherweise kein Gewichtungsfiler verwendet, da von voll ausgesteuerten also „lauten“ Nutzsignalen ausgegangen wird (ungefähr linearer Bereich der Hörkurve).

### **Dynamic Range:**

Dynamic Range bezeichnet das Verhältnis der Vollaussteuerung des Wandlers zum (frequenzbewerteten) Grundrauschen in Anwesenheit eines (leisen) Signals (in [dB FS]). Es erscheint in der AES-17-Norm als „*Signal-to-Noise Ratio (SNR) or noise in the presence of a signal*“.

Ablauf der Messung:

- zur Angabe des DR-Wertes muss vorher eine FS-Messung stattgefunden haben
- dann wird ein Messton  $f_0 = 997\text{ Hz}$  bei  $-60\text{ dB FS}$  benutzt, damit möglichst keine Nichtlinearitäten angeregt werden, der Wandler aber sicher aktiv ist (keine Stumm-schaltung)
- messe Effektivwert von Rauschen und Verzerrungsprodukten im gesamten Audio-band bei Unterdrückung von  $f_0$  durch Notch-Filter
- bilde Verhältnis zur FS-Spannung und berechne Pegel

Notation z.B.: DR = 85 dB FS A

- Gewichtungsfiler z.B.: A, CCIR

---

<sup>1</sup> Die Festlegung der Fullscale-Amplitude erfolgt dabei während der Messung selbst, da diese nach der AES-17 Norm wie folgt definiert ist: „... wenn das digitale Signal nicht zugänglich ist, wird Input-Fullscale 0,5 dB unterhalb des Amplitudenwertes eines 997-Hz-Sinustons gesetzt, bei dem 1% THD+N oder 0,3dB Kompression erreicht werden...“.

## 2. Aufgabe: Informationstheorie und Entropiekodierung

Der Informationsgehalt  $H_i$  ist ein Maß für die Unbestimmtheit eines Ereignisses. Je kleiner die Wahrscheinlichkeit eines Symbols (Audio: Amplitude), desto größer ist  $H_i$ . Die Entropie  $H_m$  ist der mittlere Informationsgehalt einer Quelle (Audio: Signal) und gibt die minimale Anzahl Bits an, mit der die Quelle eindeutig kodiert werden kann. Sie ist maximal, wenn die Auftretenswahrscheinlichkeiten aller Amplituden gleich sind (z.B. weißes Rauschen) und minimal (= 0), wenn es nur eine Amplitude (Gleichspannung) mit der Wahrscheinlichkeit 1 gibt.

Bei der Entropiekodierung werden die Kodewortlängen in Abhängigkeit der Auftretenswahrscheinlichkeit der Quellenzeichen variiert. Die mittlere Kodewortlänge sollte dabei im Idealfall der Entropie entsprechen, so dass die Redundanz minimal ist.

- a. Lesen Sie das Audiofile „test.wav“ in Matlab ein und requantisieren Sie es auf eine Wortbreite von  $w = 3$  bit. Benutzen Sie dafür eine Midtread-Kennlinie.

```
y = mean(wavread('test'), 2);  
  
% Quantisierung mit Funktion aus Tutorium 4  
w = 3;  
y = xquant(y, w, 'mid-tread', 'none');
```

- b. Wie ist die Auftretenswahrscheinlichkeiten der  $2^w$  Kodewörter im Quellcode?

```
% Zaehle die Haeufigkeit der Amplituden je Quantisierungsstufe  
hf = hist(y, 2^w);  
hist(y, 2^w)  
  
% Kodewortwahrscheinlichkeiten p_i  
p_i = hf/sum(hf)  
  
% Kontrolle: (Summe der p_i muss 1 ergeben)  
W_ges = sum(p_i)
```

Die  $2^3 = 8$  Kodeworte und ihre gemessenen Auftretenswahrscheinlichkeiten:

Quellezeichen	$X_{-4}$	$X_{-3}$	$X_{-2}$	$X_{-1}$	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
$p_i$	0,0001	0,0029	0,0132	0,0934	0,7643	0,1149	0,009	0,0022

- c. Wie groß ist die Quellenentropie in bit/Quellenzeichen?

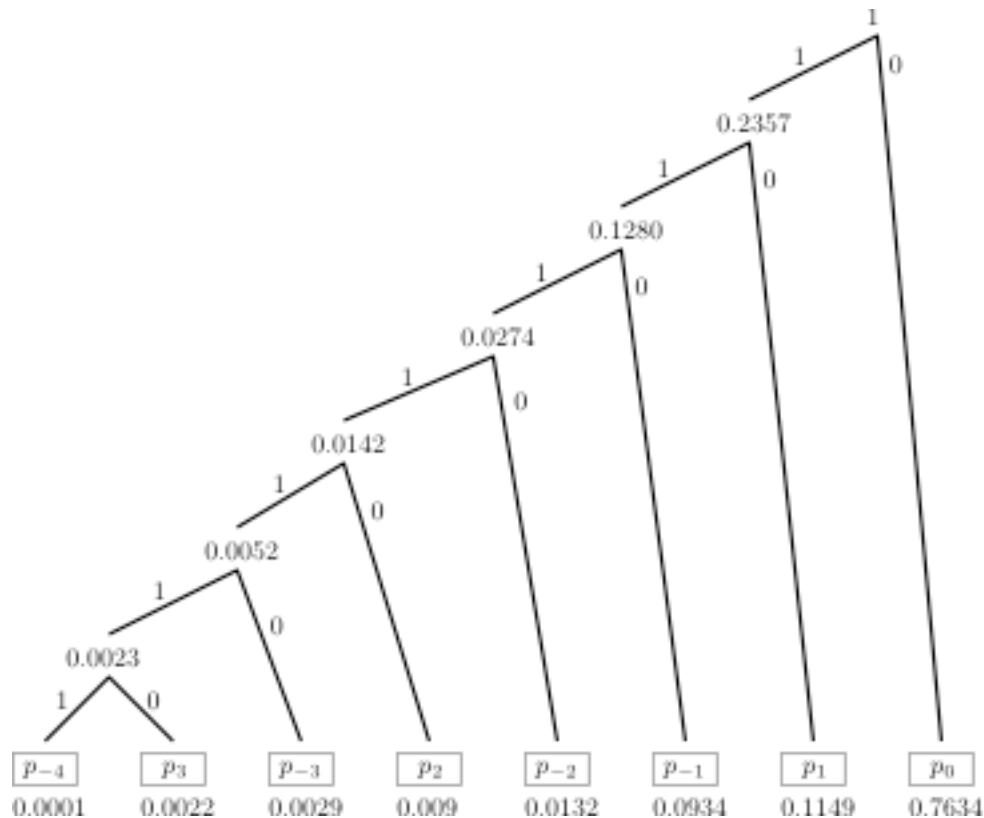
Mit:  $H_i = -\log_2(p_i)$

$$H_m = \sum_{i=1}^N p_i \cdot H_i \qquad H_m = 1,1632$$

d. Konstruieren Sie für diese Quelle Optimalkode nach dem Huffman-Verfahren.

**Eigenschaften von Huffman-Kodes:**

- Je größer die Auftretenswahrscheinlichkeit eines Kodeworts, desto kürzer ist seine Länge  $l_i$ .
- Präfixeigenschaft: Es beginnt kein Kodewort mit der Bitfolge eines anderen, kürzeren Kodewortes.
- minimale Redundanz, nur dann optimal (= 0), wenn  $p_i = 1/2^n$



Quellezeichen	$X_{-4}$	$X_{-3}$	$X_{-2}$	$X_{-1}$	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
$p_i$	0,0001	0,0022	0,0132	0,0934	0,7643	0,1149	0,009	0,0022
Codewort	1111111	111110	1110	110	1	10	11110	111110

Hinweis: Ein gut beschriebenes Beispiel für die Erstellung eines Huffman-Codes finden Sie z.B. hier: <http://www.iti.fh-flensburg.de/lang/algorithmen/code/huffman/huffman.htm>

e. Welche mittlere Kodewortlänge ergibt sich aus dem erstellten Code? Vergleichen Sie die Koderedundanz des Huffman-Kodes mit der eines gleichmäßigen 3-bit-Kodes.

$$l_m = \sum_{i=1}^N p_i \cdot l_i \quad l_m = 1,4056 \text{ Bit/Zeichen}$$

```
% mittlere Kodewortlänge des Huffman-Kodes:
l_i = [7 6 4 3 1 2 5 7];
```

$$l_m = \sum(p_i \cdot l_i)$$

**Koderedundanz  $R_{K\_Huffman}$  des Huffman-Kodes:**

$$R_{K\_Huffman} = l_m - H_m = 1,4056 - 1,1632 = \underline{0,2424} \text{ Bit/Zeichen}$$

**Koderedundanz  $R_{K\_gl}$  des gleichmäßigen Kodes:**

$$R_{K\_gl} = l - H_m = 3 - 1,1632 = \underline{1,8368} \text{ Bit/Zeichen}$$

- f. Wie groß ist der auf diese Weise erzielte „Kompressionsfaktor“, d.h. um welchen Faktor ist die mittlere Kodewortlänge des Huffman-Kodes geringer als die des ursprünglichen Quellkodes?

$$c = \frac{l}{l_m} = \frac{3}{1,4056} = 2,13$$

### 3. Aufgabe: TP-BP-Transformation

Ein idealer Tiefpass hat den Betragsfrequenzgang

$$H_{TP}(j\omega) = \begin{cases} A & , |\omega| \leq \omega_g \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases}$$

durch Faltung mit zwei um  $-\omega_m$  und  $\omega_m$  verschobenen Dirac-Impulsen kann der Tiefpass in einen Bandpass mit der Mittenfrequenz  $\omega_m$  transformiert werden.

- a. Veranschaulichen Sie die TP-BP-Transformation grafisch.

Die Transformation des Tiefpasses zum Bandpass durch Faltung mit den Diracimpulsen ,beschrieben durch

$$H_{BP}(j\omega) = H_{TP}(j\omega) * [\delta(\omega + \omega_m) + \delta(\omega - \omega_m)]$$

bewirkt eine Verschiebung der Tiefpassfunktion nach  $-\omega_m$  und  $\omega_m$ .

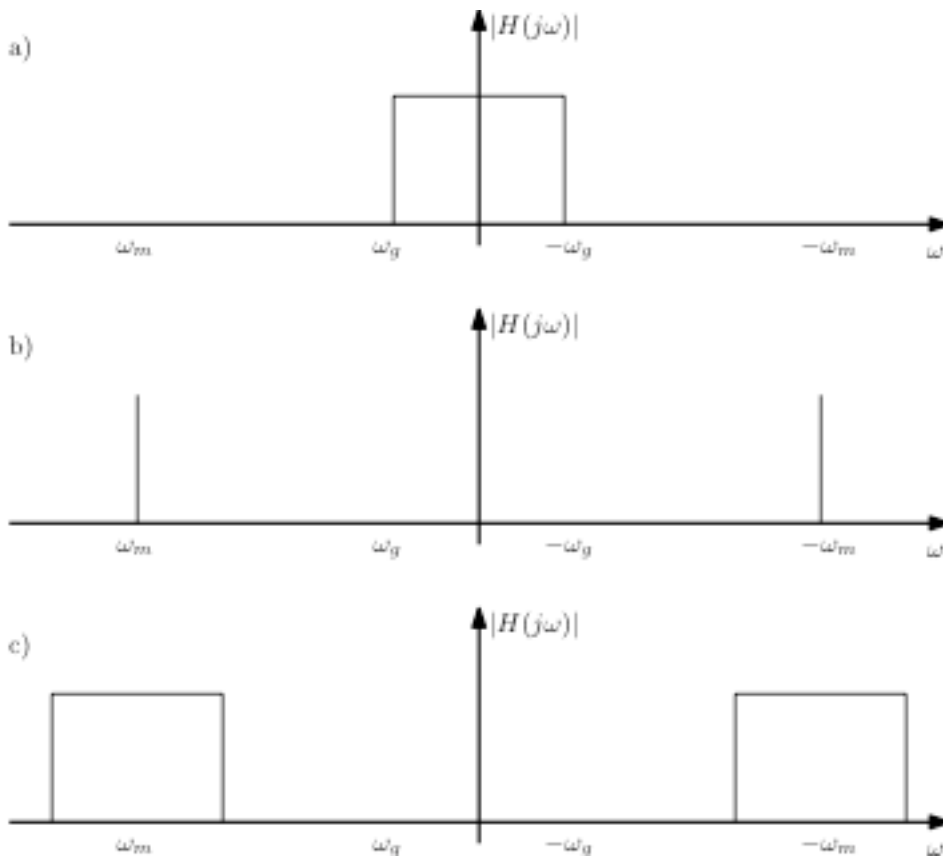


Abb. 3: a) Tiefpass b) Diracimpulse c) Faltungsergebnis

- b. Berechnen Sie die Impulsantworten von Tief- und Bandpass. Überlegen Sie dafür, welche Auswirkung die Faltung mit den Dirac-impulsen im Zeitbereich hat.

Die Impulsantwort des Tiefpasses ergibt sich durch inverse Fouriertransformation wie folgt:

$$\begin{aligned}
 h_{TP}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_g}^{\omega_g} A \cdot e^{j\omega t} d\omega \\
 &= \frac{A}{2\pi} \cdot \frac{1}{jt} \cdot e^{j\omega t} \Big|_{-\omega_g}^{\omega_g} = \frac{A}{2\pi} \cdot \frac{1}{jt} [e^{j\omega_g t} - e^{-j\omega_g t}] \\
 &= \frac{A}{2\pi} \cdot \frac{1}{jt} [\cos(\omega_g t) + j \sin(\omega_g t) - \cos(-\omega_g t) - j \sin(-\omega_g t)] \\
 &= \frac{A}{2\pi} \cdot \frac{1}{jt} 2j \sin(\omega_g t) = \frac{f_g}{f_g} \frac{2A}{2\pi} \cdot \frac{1}{t} \sin(\omega_g t) = 2 f_g A \cdot si(\omega_g t)
 \end{aligned}$$

Im Zeitbereich bewirkt die Faltung mit den Dirac-Impulsen eine Multiplikation mit deren invers Fouriertransformierten. Mit

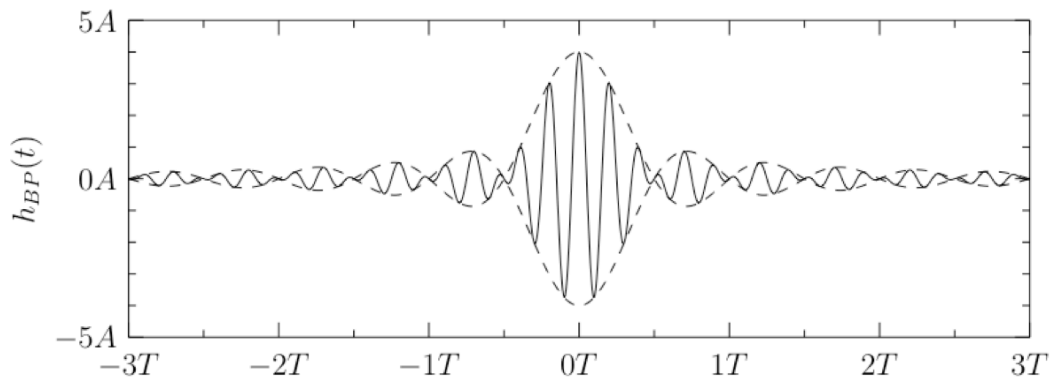
$$\begin{aligned}
 x(t)h(t) &= \frac{1}{2\pi} X(\omega) * H(\omega) \\
 F\{\cos(\omega_0 t)\} &= \pi(\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0))
 \end{aligned}$$

kann sie berechnet werden:

$$h_{BP} = 2\pi h_{TP} \cdot \frac{1}{\pi} \cos(\omega_m t)$$

$$= 4A f_g \operatorname{sinc}(\omega_g t) \cos(\omega_m t)$$

- c. Skizzieren Sie beide Impulsantworten. Welche Systemeigenschaften können ihnen entnommen werden?



**Abb. 4: TP und BP Impulsantworten**

Abbildung 2 zeigt die Impulsantworten für Tiefpass (gestrichelt und falsch skaliert. Das Maximum müsste bei A liegen) und Hochpass, für  $f_m = 5f_g$ .

Da beide Impulsantworten symmetrisch sind, handelt es sich um linearphasige Systeme, die beide akausal sind, da Werte für  $T < 0$  vorkommen. Die Akausalität kann durch Fensterung und Hinzufügen eines Delays umgangen werden.