

1 KT I SCF UE05 Aufgabe - elektrodynamischer Lautsprecher - Übertragungsfunktionen

Leiten Sie anhand der vereinfachenden mechanischen und elektrischen Ersatzschaltbilder die Gesamtübertragungsfunktion des elektrodynamischen Lautsprechers her. Diskutieren Sie das Zusammenspiel der Einzelübertragungsfunktionen zur Gesamtübertragungsfunktion.

2 KT I SCF UE05 Lösung - elektrodynamischer Lautsprecher - Übertragungsfunktionen

Das mechanische Verhalten kann man mit einem Masse-Feder System modellieren.

$$F = m \dot{v} + r v + D \int v dt \quad (1)$$

$$\underline{F} = (j\omega m + r + \frac{D}{j\omega}) \underline{v} \quad (2)$$

Das elektrische Verhalten wird mit dem Ersatzschaltbild in Abb. 1 beschrieben. Es folgt

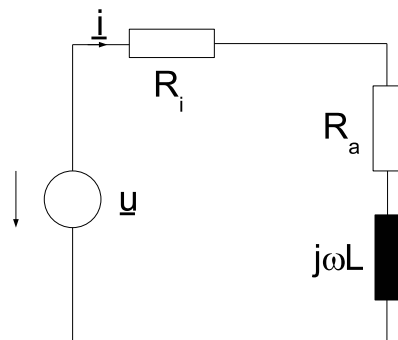


Abbildung 1: elektrisches Ersatzschaltbild für elektrodynamischen Lautsprecher

$$\underline{i} = \frac{\underline{u}}{R_i + R_a + j\omega L} \quad (3)$$

Weiterhin gilt die Beziehung

$$\underline{F} = Bl \underline{i} \quad (4)$$

Nachfolgend kann man Glg. 2 und Glg. 3 in Glg. 4 einsetzen

$$Bl \frac{\underline{u}}{R_i + R_a + j\omega L} = (j\omega m + r + \frac{D}{j\omega}) \underline{v} \quad (5)$$

$$\frac{\underline{v}}{\underline{u}} = Bl \frac{1}{R_i + R_a + j\omega L} \cdot \frac{1}{(j\omega m + r + \frac{D}{j\omega})} \quad (6)$$

Nun braucht man eine Beziehung zwischen Druck und Schnelle. Wenn man den Lautsprecher vereinfachend als Volumenquelle ansieht, kann man zunächst den Ansatz der Monopolquelle benutzen.

$$\underline{p}(r, t) = \frac{\underline{A}}{r} e^{-jkr} e^{+j\omega t} \quad (7)$$

Desweiteren folgt mit der Annahme, dass \underline{A} nicht von r und/oder t abhängt und dem linearisierten 'akustischen' Trägheitsgesetz

$$\frac{\partial \underline{v}(r, t)}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \underline{p}(r, t)}{\partial r} \quad (8)$$

$$\partial \underline{v}(r, t) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \underline{p}(r, t)}{\partial r} \partial t \quad (9)$$

der Schnelleverlauf allgemein

$$\underline{v}(r, t) = \frac{\underline{A}}{\rho_0 c r} \left(1 - j \frac{1}{kr}\right) e^{-jkr} e^{+j\omega t} \quad (10)$$

Aus Glg. 7 und Glg. 10 folgt weiterhin

$$\underline{v}(r, t) = \frac{\underline{p}(r, t)}{\rho_0 c} \left(1 - j \frac{1}{kr}\right) \quad (11)$$

Für die kugelförmige Volumenquelle mit Radius a wird

$$\underline{v}(r = a) = v_a = \frac{\underline{A}}{\rho_0 c a} \left(1 - j \frac{1}{ka}\right) e^{-jka} \quad (12)$$

Dann wird

$$\underline{A} = \frac{v_a \rho_0 c a}{1 - j \frac{1}{ka}} e^{+jka} \quad (13)$$

Für $ka \rightarrow 0$ (bzw. $ka \ll 1$, d.h. $\lambda \gg a$) kann die 1 im Nenner von \underline{A} vernachlässigt werden, außerdem folgt dann $e^{+jka} \rightarrow 1$, und man kann mit $kc = \omega$ vereinfachen

zu

$$\underline{A} = j v_a \rho_0 \omega a^2 \quad (14)$$

Der Druckverlauf wird also bei $\lambda \gg a$ zu

$$\underline{p}(r, t) = \frac{j v_a \rho_0 \omega a^2}{r} e^{-j k r} e^{+j \omega t} \quad (15)$$

Es ist sinnvoll Volumenquellen mit dem Volumenfluss bzw. Volumenstrom (Volumen pro Zeiteinheit) Q (gerne bezeichnet auch als \dot{V}) [Q] = m^3/s zu beschreiben. Speziell für Gase gilt mit der Strömungsgeschwindigkeit v und der durchströmten Fläche dS

$$Q = \int_S v dS \quad (16)$$

Für den Volumenfluss durch die Kugelfläche der Volumenquelle gilt mit v_a und Radius a

$$Q_a = 4 \pi a^2 v_a \quad (17)$$

Dies kann man zunächst einsetzen in 15 und man erhält die Schalldrucknäherung für einen Monopol

$$\underline{p}(r, t) = \frac{j \rho_0 \omega Q_a}{4 \pi r} e^{-j k r} e^{+j \omega t} = \frac{j \rho_0 \omega Q_a}{4 \pi r} e^{+j(\omega t - k r)} \quad (18)$$

Da der Lautsprecher hier nicht als Kugel, sondern als kreisrunde Membran (zur Erinnerung $\lambda \gg a$), eingespannt in eine unendlich ausgedehnte Platte, modelliert wird, gilt für die Fläche S nicht die Kugel-, sondern die Kreisfläche und damit der Volumenfluss

$$Q = \pi a^2 v \quad (19)$$

Es folgt eingesetzt

$$\underline{p} = \frac{j \rho_0 \omega \pi a^2 v}{4 \pi r} e^{+j(\omega t - k r)} \quad (20)$$

Nun kann man Glg. 20 nach der Schnelle auflösen und in Glg. 6 einsetzen, es folgt

$$\frac{\underline{p}}{\underline{u}} = B l \frac{1}{R_i + R_a + j \omega L} \cdot \frac{1}{j \omega m + r + \frac{D}{j \omega}} \cdot \frac{j \rho_0 \omega \pi a^2}{4 \pi r} e^{+j(\omega t - k r)} \quad (21)$$

bzw. ein wenig sortiert (und Weglassen des Zeitbezuges)

$$\frac{\underline{p}}{\underline{u}} = j\omega \cdot \frac{1}{R_i + R_a + j\omega L} \cdot \frac{1}{j\omega m + r + \frac{D}{j\omega}} \cdot \frac{Bl\rho_0\pi a^2}{4\pi r} e^{+j(-kr)} \quad (22)$$

Man sieht: Der elektrodynamische Lautsprecher lässt sich aus drei in Reihe geschalteten Übertragungsfunktionen modellieren, hierbei ist eine für das elektrische (Tiefpass 1. Ordnung)

$$\frac{\underline{p}}{\underline{u}}|_{el} = \frac{1}{R_i + R_a + j\omega L} \quad (23)$$

eine andere für das mechanische (Bandpass 2. Ordnung)

$$\frac{\underline{p}}{\underline{u}}|_{mech} = \frac{1}{j\omega m + r + \frac{D}{j\omega}} \quad (24)$$

Verhalten zuständig. Die dritte Übertragungsfunktion ergibt aus der Eigenschaft des Schnelle-Druck Zusammenhanges ein ideales Differentiationsglied

$$\frac{\underline{p}}{\underline{u}_{v \rightarrow p}} = j\omega \quad (25)$$

Desweiteren ergibt sich ein frequenzunabhängiger Faktor, der die Gesamtverstärkung bestimmt, falls mit $kr \rightarrow 0$ der komplexe Ortsdreher wieder zu vernachlässigen ist.

$$\frac{\underline{p}}{\underline{u}}|_{DC} = \frac{Bl\rho_0\pi a^2}{4\pi r} \quad (26)$$

Diskussion der Einzelübertragungsfunktionen:

Die mechanische Übertragungsfunktion stellt (siehe Übung Mikrofonübertragungsfunktionen) mit der Resonanzfrequenz

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad (27)$$

einen Bandpass 2. Ordnung (jeweils 6dB/Oktave Flanke) dar. Die elektrische Übertragungsfunktion kann als Tiefpassfilter 1. Ordnung (6dB/Oktave Flanke) (LR-

Glied) mit der Grenzfrequenz

$$\omega_k = \frac{R_i + R_a}{L} \quad (28)$$

aufgefasst werden. Das Differentiationsglied hat eine mit 6dB/Oktave ansteigende Flanke. Im Grafik 2 sind beispielhaft die Übertragungsfunktionen aufgetragen, um das Zusammenspiel im Amplitudenfrequenzgang zu verdeutlichen. Dabei wurden, für einen möglichst anschaulichen Verlauf, die Parameter wie folgt gewählt:

- für H_{mech} wurde ω_0 festgelegt
- das Differentiationsglied wurde so gewählt, dass $20 \log_{10}|H_{pv}(\omega_0)| = 0\text{dB}$
- für H_{elektr} gilt $\omega_k = 100 \omega_0$
- $|H_{\text{elektr}}(\omega = 0)|$ so, dass $20 \log_{10}|H_{\text{gesamt}}(\omega_0 < \omega < \omega_k)| = 0\text{dB}$

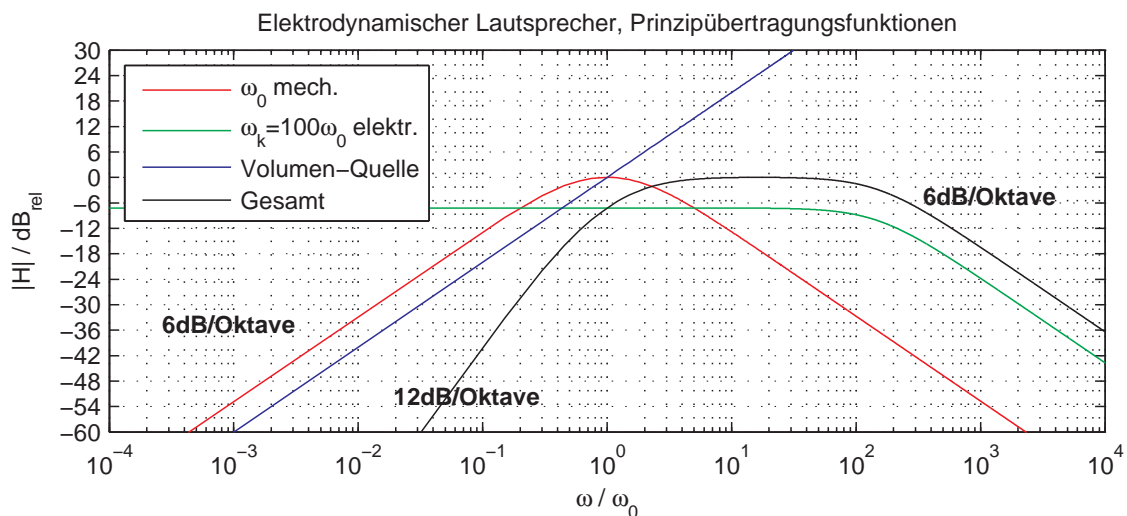


Abbildung 2: Prinzipübertragungsfunktionen El-Dyn Lautsprecher

Man erkennt: Blauer und roter Verlauf sind unterhalb ω_0 parallel zueinander (beide 6dB/Oktave Flanke) und addieren sich im logarithmischer Auftragung zu einer 12dB/Oktave Flanke. Überhalb ω_0 aber unterhalb ω_k hebt sich die 6dB/Oktave ansteigende Flanke (blau) mit der 6dB/Oktave abfallenden Flanke vom mech.

Bandpass (rot) auf und der Durchlassbereich des elektrischen Tiefpasses (grün) bestimmt die Gesamtübertragungsfunktion. Überhalb ω_k heben sich rot und blaue Flanke immer noch auf, und die 6dB/Oktave Tiefpassflanke (grün) ist bestimmend. Allgemein kann man also feststellen, dass die Übertragungsfunktion des elektrodynamischen Lautsprechers **Bandpasscharakter** hat. Die **Hochpassflanke mit 12dB/Oktave** wird dabei vor allem bestimmt von der tief abgestimmten Resonanzfrequenz des **mechanischen** Systems. Die **Tiefpassflanke mit 6dB/Oktave** resultiert aus dem **elektrischen** System, dessen Grenzfrequenz hoch abgestimmt (zumindest $\omega_k \gg \omega_0$) werden sollte.

Literaturempfehlungen: [Mös07], [Kut07] (oder [Kut04]), [Kut00], [KFCS00], [BX08], [Fah00], [Vor08], [ZZ03], [Wei08],[Gör06], [Mar99]

Frank Schultz (MKT'07), schueinh@mailbox.tu-berlin.de, +49 175 15 49 763

http://www.ak.tu-berlin.de/menue/mitarbeiterinnen/studentische_hilfskraefte/frank_schultz/

kompiliert: 18.07.2008, 0.00

Bei Fehlern bitte ich um Verzeihung und Info!

Literaturverzeichnis

- [BX08] BLAUERT, Jens ; XIANG, Ning: *Acoustics for Engineers*. Berlin Heidelberg : Springer, 2008
- [Fah00] FAHY, Frank: *Foundations of Engineering Acoustics*. Oxford : Elsevier Ltd., 2000
- [Gör06] GÖRNE, Thomas: *Tontechnik*. Leipzig München Wien : Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2006
- [KFCS00] KINSLER, Lawrence ; FREY, Austin ; COPPENS, Alan ; SANDERS, James: *Fundamentals of Acoustics, Fourth Edition*. John Wiley & Sons, Inc., 2000
- [Kut00] KUTTRUFF, Heinrich: *Room Acoustics 4th Ed*. London New York : Taylor&Francis, 2000
- [Kut04] KUTTRUFF, Heinrich: *Akustik, Eine Einführung*. Stuttgart : Hirzel, 2004
- [Kut07] KUTTRUFF, Heinrich: *Acoustics, An Introduction*. London New York : Taylor&Francis, 2007
- [Mar99] MARINESCU, Marlene: *Wechselstromtechnik*. Braunschweig Wiesbaden : Vieweg, 1999
- [Mös07] MÖSER, Michael: *Technische Akustik, 7.Auflage*. Berlin Heidelberg : Springer, 2007

- [Vor08] VORLÄNDER, Michael: *Auralization: Fundamentals of Acoustics, Modeling, Simulation, Algorithms and Acoustic Virtual Reality*. Berlin Heidelberg : Springer, 2008
- [Wei08] WEINZIERL, Stefan: *Handbuch der Audiotechnik*. Berlin Heidelberg : Springer, 2008
- [ZZ03] ZOLLNER, Manfred ; ZWICKER, Eberhard: *Elektroakustik, 3. Auflage, 2. korrigierter Nachdruck*. Berlin Heidelberg : Springer, 2003