Technische Universität Berlin

Prof. Dr. Stefan Weinzierl 16.05.2013

Musterlösung: 16. Mai 2013, 08:04

1 Akustik

Als mittlere Schallleistung eines männlichen Sprechers wird ein Wert von $7 \cdot 10^{-6}$ W ermittelt.

1) Berechnen Sie den mittleren Schallleistungspegel in dB.

Lösung:

$$\Delta L_P = 10 \cdot log_{10}\frac{P}{P_0} = 10 \cdot log_{10}(\frac{7 \cdot 10^{-6}W}{10^{-12}W}) = 68,45dB$$

2) Berechnen Sie unter Annahme omnidirektionaler Schallabstrahlung den mittleren Schallintensitätspegel und den mittleren Schalldruckpegel des Sprechers im Freifeld in 10m Entfernung. Die Luftdichte ist gegeben durch $\rho = 1,19kg/m^3$ bei 20 Grad.

Lösung:
Allgemein gilt $P = \int I \cdot dS$.

Da in diesem Fall die Vektoren I und dS ständig parallel miteinander sind und in die gleiche Richtung zeigen, lässt sich die Leistung durch $P = I \cdot dS$ berechnen, mit S die Oberfläche einer Kugel, also $S = 4\pi r^2$.

Die Intensität ergibt sich demnach zu

$$I = \frac{P}{S} = \frac{7 \cdot 10^{-6}W}{4\pi \cdot 100m^2} = 5,57 \cdot 10^{-9}\frac{W}{m^2}$$

Der Intensitätspegel ist dann gleich

$$L_I = 10 \cdot log_{10}\frac{I}{I_0} = 10 \cdot log_{10}\frac{5,57 \cdot 10^{-9}\frac{W}{m^2}}{10^{-12}\frac{W}{m^2}} = 37,46dB$$

Unter der Annahme, dass wir uns im Fernfeld befinden ergibt sich der Schalldruck durch die Gleichung

$$I = \frac{p^2}{\rho c} => \sqrt{I \cdot \rho \cdot c} = \sqrt{5,57 \cdot 10^{-9}\frac{W}{m^2} \cdot 1,19\frac{kg}{m^3} \cdot 343\frac{m}{s}} = 1,5 \cdot 10^{-3}Pa$$

Der Schalldruckpegel berechnet sich dann zu:

$$L_p = 20 \cdot log_{10}\frac{p}{p_0} = 20 \cdot log_{10}\frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-5}Pa} = 37,54dB$$

Der sehr kleine Unterschied zwischen (der ansonsten gleichwertigen) Schalldruck- und Schallintensitätspegel ist nur durch begrenzte numerische Präzision (Rundung) zustandegekommen.

3) Begründen Sie, warum man für die Berechnung des Schalldruckpegels in Aufgabenteil 2 für eine Quelle mit diesen spektralen Eigenschaften und in dieser Entfernung ein näherungsweise ebenes Schallfeld annehmen kann.

Lösung:
Es gibt insgesamt drei Bedingungen, die den Übergang vom Nahfeld im Fernfeld bezeichnen.

$$r \gg \lambda$$
$$r \gg l$$
$$\frac{r}{l} \gg \frac{l}{\lambda}$$

Der interessierte Leser kann in [3] (3. Kapitel) mehr erfahren, über wie sie entstehen und ihre unterschiedlichen Bedeutungen.

Die erste Bedingung besagt, dass der Übergang von Fernfeld zu Nahfeld an einem gewissen Abstand r ist gewährleistet für Frequenzen oberhalb einer Grenzfrequenz, bei der die Wellenlänge wesentlich kleiner ist als der Abstand r (mindestens fünf mal kleiner). Diese Bedingung für einen bestimmten Abstand r ist erfüllt, wenn $kr \geq 1 \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \cdot r \geq 1 \rightarrow r \geq \frac{\lambda}{2\pi}$. Diese Bedingung bezeichnet den Abstand (für eine bestimmte Frequenz), ab dem der phasenverschobene und frequenz- und abstandsabhängige Term bei der Schallschnelle nicht mehr ins Gewicht fällt (siehe Tutorium 2, Musterlösung). Wie man der Gleichung entnehmen kann, befindet man sich für kleine Wellenlängen (hohe Frequenzen) bereits in geringerer Entfernung zur Schallquelle im Fernfeld als für große Wellenlängen (tiefe Frequenzen). Bei einem männlichen Sprecher kann man als tiefste Frequenz ca. 100 Hz annehmen. Bei 100 Hz ergibt sich eine Wellenlänge von $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{344m/s}{100Hz} = 3,44m$. Man befindet sich also für Abstände $r > \frac{3,44m}{2\pi} = 0,55m$ für alle Frequenzen oberhalb von 100 Hz im Fernfeld.

Man kann auch anders herum die Frequenz ausrechnen, oberhalb derer der Sprecher sich bei dem Abstand von 10m in Fernfeld befindet: $f > \frac{c}{2\pi r} = \frac{343m/s}{2\pi 10m} = 5,46Hz$. Diese Frequenz liegt nicht einmal im hörbaren Bereich eines Menschen (ca. 20Hz-20kHz). Wir liegen mit unserer Fernfeldannahme alsodefinitiv auf der sicheren Seite.

4) Wie verändert sich der in 2.2 für den mittleren Schalldruckpegel berechnete Wert in der 0-Richtung, wenn der Sprecher einen Bündeluungsgraf von $\gamma = 2$ besitzt?

Lösung:
Zum Bündelungsgrad (aus: DEGA-Empfehlung 101 [2]):

$$\gamma = \frac{P_{Kugel,mitp_{max}}}{P_{realerStrahler}}$$

Der Bündelungsgrad ist das Verhältnis der Schallleistung eines fiktiven Kugelstrahlers nullter Ordnung, dessen allseitig gleicher Schalldruck gleich dem maximal angestrahlten Schalldruck des realen Strahlers ist, zur Schallleistung des realen Schallstrahlers. Der Bündelungsgrad charakterisiert in einer Ein-Zahl-Angabe den Grad der Bündelung bzw. der Richtwirkung der abgestrahlten Schallleistung. Für den Bündelungsgrad gilt $\gamma >= 1$.

Da die Schallleistung stets proportional zum Quadrat des Schalldrucks ist, ergibt sich der Schalldruck der gerichtet abstrahlenden Quelle wie folgt:

$$\gamma = 2 = \frac{P_{Kugel,mitp_{max}}}{P_{realerStrahler}} = \frac{p_{max}^2}{p_{realerStrahler}^2} \rightarrow p_{max}^2 = \sqrt{2} \cdot p_{realerStrahler}$$

Der Schalldruck in O-Grad Richtung steigt also um den Faktor $\sqrt{2}$, der Schalldruckpegel erhöht sich somit um 3.01 dB.

5) Wie verändert sich der in 2.2 für den mittleren Schalldruckpegel berechnete Wert, wenn sich der Sprecher in einem typischen Hörsaal mit $V = 1000m^3$ und einer Nachhallzeit von $T = 1s$ befindet? Berechnen sie hierfür zunächst den Hallradius der Quelle, daraus den Diffusschallpegel und daraus den gesuchten Schalldruckpegel in 10m Entfernung.

Lösung:
An der Stelle des Hallradius sind der Schalldruck und der Schalldruckpegel von Direkt- und Diffusschall gleich groß. Um also den Schalldruck des diffusen Schallfelds ermitteln zu können, ist es notwendig, den Schalldruck des Direktschalls an der Stelle des Hallradius zu berechnen.

Der Hallradius ergibt sich zu:

$$r_H = 0,057 \cdot \sqrt{\frac{V}{T}} = 0,057 \cdot \sqrt{\frac{1000m^3}{1s}} = 1,8m$$

Der Schalldruck des Diffusfelds ergibt sich also wie folgt:

$$I = \frac{p^2}{\rho c} => p = \sqrt{I \cdot \rho c} = \sqrt{\frac{P \cdot \rho c}{S}}$$

$$p_{diff} = p_{dir,r_H} = \sqrt{\frac{P \cdot \rho c}{4\pi r_H^2}} = \sqrt{\frac{7 \cdot 10^{-6}W \cdot 1,19\frac{kg}{m^3} \cdot 343\frac{m}{s}}{4\pi(1,8m)^2}} = 8,38 \cdot 10^{-3}Pa$$

Der Schalldruckpegel des Diffusfelds beträgt demnach:

$$L_{p,diff} = 20 \cdot log_{10} \frac{p}{p_0} = 20 \cdot log_{10} \frac{8,39 \cdot 10^{-3} Pa}{2 \cdot 10^{-5} Pa} = 52,44 dB_{SPL}$$

Der Gesamtschalldruck ergibt sich durch Addition der Einzelschalldrücke, wobei darauf zu achten ist, dass es sich um inkohärente Signale handelt, bei denen sich also nicht einfach die Schalldrücke addieren, sondern die Leistungen der Signale. Da zwischen Leistung und Schalldruck im Falle einer Kugelschallquelle ein quadratischer Zusammenhang besteht, ergibt sich die Summe wie folgt:

$$L_{p,ges} = 10 \cdot log_{10}(\frac{p_{dir}^2 + p_{diff}^2}{p_0^2}) = 10 \cdot log_{10}(\frac{(1,51 \cdot 10^{-3Pa})^2 + (8,39 \cdot 10^{-3} Pa)^2}{2 \cdot 10^{-5} Pa}) = 52,58 dB_{SPL}$$

Oder mit Hilfe der Formel zur Pegeladdition gerechnet:

$$L_{p,ges} = 10 \cdot log_{10}(10^{\frac{L_{diff}}{10}} + 10^{\frac{L_{dir}}{10}}) = 52,58 dB_{SPL}$$

Hier wird deutlich welch kleinen Anteil der Direktschall in diesem Fall am Gesamtschalldruck hat.

6) Wie verändert sich der in 2.5 berechnete Wert, wenn im Hörsaal auf der Parkettfläche mit einem mittleren Absorptionsgrad von $\alpha = 0,1$, $100m^2$ Teppichboden mit einem mittleren Absorptionsgrad von $\alpha = 0,5$ verlegt werden?

Lösung:
Die äquivalente Absorptionsfläche ohne das Absorbermaterial ergibt sich mithilfe der Sabine'schen Nachhallformel wie folgt:

$$T = 0,163 \cdot \frac{V}{A} => 0,163 \cdot \frac{V}{T} = 0,163 \frac{1000m^3}{1s} = 163m^2$$

Die neue äquivalente Absorptionsfläche ergibt sich wie folgt:

$$\begin{aligned} A_{neu} &= A - \alpha_{Parkett} \cdot S + \alpha_{Teppich} \cdot S \\ &= 163m^2 - 0,1 \cdot 100m^2 + 0,5 \cdot 100m^2 = 203m^2 \end{aligned}$$

Die Nachhallzeit verringert sich also zu:

$$T_{neu} = 0,163 \cdot \frac{V}{A_{neu}} = 0,163 \cdot \frac{1000m^3}{203m^3} = 0,803s$$

Und der neue Hallradius ergibt sich:

$$r_{H,neu} = 0,057 \cdot \sqrt{\frac{V}{T_{neu}}} = 0,057 \cdot \sqrt{\frac{1000m^3}{0,803s}} = 2,01m$$

Somit ist der neue Diffusschalldruck:

$$p_{diff,neu} = p_{dir}(r_{H,neu}) = \sqrt{\frac{P\rho_0 c}{4\pi r_{H,neu}^2}} = \sqrt{\frac{7 \cdot 10^{-6}W \cdot 1,19\frac{Kg}{m^3} \cdot 344\frac{m}{s}}{4\pi(2,01m)^2}} = 7,5 \cdot 10^{-3}Pa$$

und der neuer Gesamtschalldruckpegel:

$$L_{p,ges} = 10 \cdot log_{10}(\frac{p_{dir}^2 + p_{diff,neu}^2}{p_0^2}) = 10 \cdot log_{10}(\frac{(1,51 \cdot 10^{-3Pa})^2 + (7,5 \cdot 10^{-3}Pa)^2}{2 \cdot 10^{-5}Pa}) = 51,66dB_{SPL}$$

7) In 2.6 wurde ein mittlerer Absorptionsgrad zugrunde gelegt. Skizzieren sie wie sich für einen Teppich mit 1.5cm Materialtiefe Absorptionsgrad und resultierende Nachhallzeit *frequenzabhängig* verändern.

Lösung:
Poröse Absorber werden wirksam, wenn die Dicke des Absorbers größer ist als eine Viertel-Wellenlänge, also es muss gelten $d \geq \frac{\lambda}{4}$. Ersetzt man λ mit c/f, dann ergibt sich als Grenzfrequenz: $d \geq \frac{c}{4f} \rightarrow f \geq \frac{c}{4d} = \frac{344m/s}{4 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}m} = 5,73kHz$. Der Absorptionsgrad beginnt also ab einer Frequenz von 5,73 kHz zu steigen.

Literatur

[1] Jürgen Meyer. *Akustik und musikalische Aufführungspraxis*. Edition Bochinsky (PPV Medien). 5. , aktualisierte Auflage, Bergkirchen, 2004.

[2] DEGA-Empfehlung 101. *Akustische Wellen und Felder*. Deutsche Gesellschaft für Akustik, 2006.

[3] Michael Möser. *Technische Akustik*. Springer Verlag. 7. Auflage, Berlin, 2007.