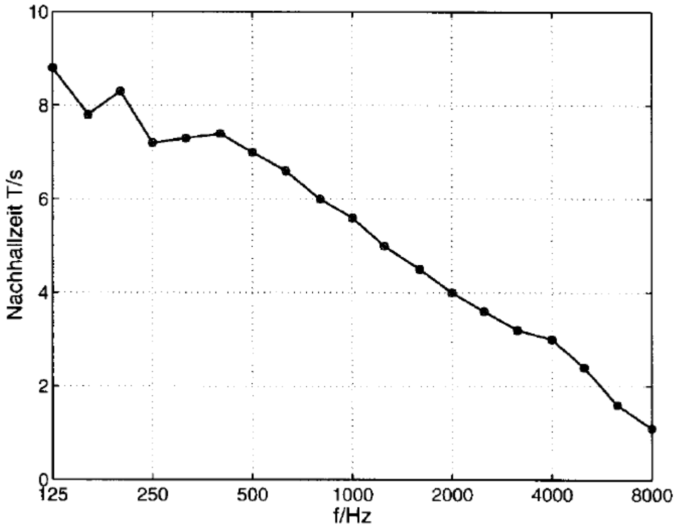
Prof. Dr. Stefan Weinzierl 02.05.2013

Musterlösung: 8. Mai 2013, 16:09

1 Absorptionsgrad und Nachhallzeit

Die Nachhallzeit im Hallraum der ITA der TU Berlin ($V = 200m^3$) hat folgenden Frequenzgang:



1) Wie groß ist in diesem Raum der Hallabstand einer omnidirektionalen Quelle bei 1000 Hz?

Lösung:
Aus der Formel von Sabine [1], nach Vernachlässigung der Luftabsorption bekommt man den vereinfachten Zusammenhang 1 zwischen Hallradius, Raumvolumen und Nachhallzeit. Hier steht γ für den Richtfaktor der Quelle [2], der im Fall einer Kugelquelle den Wert 1 beträgt.

$$r_H = 0,057 \cdot \sqrt{\gamma} \cdot \sqrt{\frac{V}{T_{60}}} = 0,057 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{200m^3}{5,6s}} = 0,34m \tag{1}$$

Für Messungen des Absorptionsgrades ist die Benutzung eines Hallraums recht üblich, da viele Absorber für unterschiedliche Schalleinfallsrichtungen unterschiedliche Absorptionseigenschaften zeigen. Um den Absorptionsgrad eines bestimmten Materials zu bestimmen ist es daher notwendig, Schalleinfall aus möglichst vielen verteilten Richtungen zu gewährleisten. Im Hallraum wird ein ideales Diffusschallfeld angenähert. Der so erhaltene Absorptionsgrad ist demnach ein über alle Einfallsrichtungen gemittelter.

Ein anderes Verfahren zur Messung des Absorptionsgrades ist die Messung im Kundtschen Rohr. Das Kundtsche Rohr ist eine beidseitig geschlossene Röhre, in der annähernd ebene Wellen erzeugt werden können. Am Ende des Rohres wird das zu untersuchende Absorbermaterial eingebracht und der Absorptionsgrad bestimmt. Aufgrund des Messaufbaus gilt dieser Absorptionsgrad nur für frontaln Schalleinfall und liefert demnach einen anderen Wert für α als das oben beschriebene Verfahren.

2) Im Hallraum wird ein Absorptionsmaterial mit einer Fläche von 5 m^2 auf dem Boden angebracht. Die Nachhallzeit sinkt auf folgende Werte:

Frequenz (Hz)	125	250	500	1000	2000	4000
T60 (s)	8,0	6,3	6,0	4,5	2,8	2,2

Berechnen Sie mit Matlab an diesen Frequenzpunkten die Absorptionsgrade des Materials nach Sabine und tragen Sie sie in Kurvenform auf.

Lösung:
Auf Grundlage der Sabine'schen Nachhallformel wird zunächst die Nachhallzeit des leeren Hallraums gemessen und daraus die äquivalente Absorptionsfläche des Hallraums bestimmt:

$$T_{60,leer} = 0,163\frac{V}{A_{leer}} \rightarrow A_{leer} = 0,163\frac{V}{T_{60,leer}} \tag{2}$$

Daraufhin wird das absorbierende Material in den Raum eingebracht und erneut die Nachhallzeit gemessen. Für die äquivalente Absorptionsfläche gilt nun: $A_{neu} = A_{leer} + \Delta A$, wobei $\Delta A = \alpha \cdot S$. α ist dabei der zu bestimmende Absorptionsgrad der Probe und S deren Fläche. Streng genommen müsste man A_{leer} noch um die Fläche der Probe reduzieren, da die Fläche ja von der Probe bedeckt wird. Es zeigt sich jedoch, dass dieser Fehler im Vergleich zu Messungenauigkeiten der Nachhallzeit nur sehr wenig ins Gewicht fällt. Durch umstellen der Nachhallformel 2 erhält man den Absorptionsgrad:

$$T_{60,neu} = 0,163\frac{V}{A_{neu}} = 0,163\frac{V}{A_{leer} + \alpha \cdot S} \rightarrow A_{leer} + \alpha \cdot S = 0,163\frac{V}{T_{60,neu}}$$

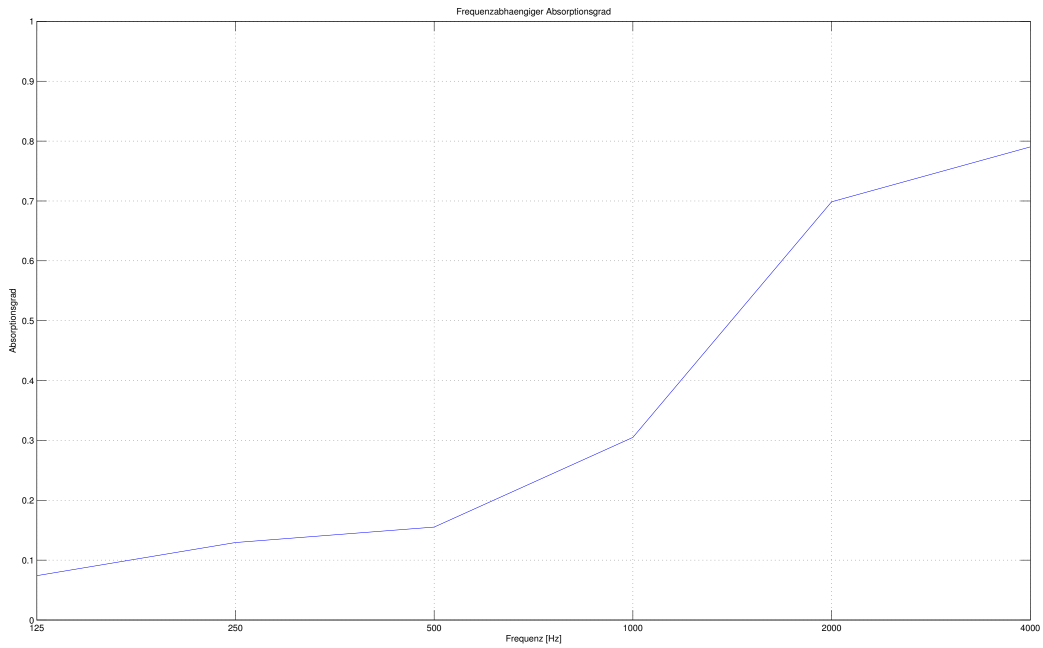
$$\rightarrow \alpha = 0,163\frac{V}{T_{60,neu} \cdot S} - \frac{A_{leer}}{S} = 0,163\frac{V}{S}(\frac{1}{T_{60,neu}} - \frac{1}{T_{60,leer}})$$

Für die Berechnung ist die Matlab-Datei AT1UE2.m benutzt, deren Code im Folgenden zu sehen ist, sowie auch ein Plot der Ergebnisse.

Grafik:

Code:

```
% Audiotechnik I - 3. Uebung
% Aufgabe 1.2

% Frequenzstellen
```




```
f = [125 250 500 1000 2000 4000];

% Volumen
V = 200;

% Fl che des Absorbermaterials
S = 5;

% Nachhallzeiten des leeren Raums (aus dem Diagramm abgelesen)
T_60_leer = [8.8 7.2 7 5.7 4 3];

% Nachhallzeiten mit Absorberflaeche
T_60_neu = [8.0 6.3 6.0 4.5 2.8 2.2];

% Berechnung der Absorptionsgrade
alpha = 0.163 * V/S * (1./T_60_neu - 1./T_60_leer);


% Plot des Ergebnisses
semilogx(f, alpha);
grid on;

% Weitere Formatierungsbefehle
set(gca, 'XTick', f);
axis([f(1) f(end) 0 1]);

title('Frequenzabh ngiger Absorptionsgrad');
xlabel('Frequenz [Hz]');
ylabel('Absorptionsgrad');
```

3) Welchen Absorbertyp vermuten Sie auf Grundlage der berechneten Absorptionsgrade? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung:
Aus Grafik 1 ist es ersichtlich, dass hohe Frequenzen deutlich stärker absorbiert werden als tiefe. Es handelt sich somit um einen Höhenabsorber. Typische Höhenabsorber sind poröse Absorber, beispielsweise offenporiger Schaumstoff [1].

2 Diffuses Schalfeld

Meyer [3] gibt für den statistischen Richtfaktor Γ_{st} der Trompete folgende Werte an:

Richtungsfaktor		**Trompete**		
Winkel (Grad)		Frequenz (Hz)		
	2000	6000	10000	15000
0 (Trichterachse)	2,3	4,4	4,7	6,6
10	2,21	3,85	4,4	4,4
20	1,92	3,18	3,35	3,05
30	1,85	2,35	1,85	1,6
40	1,78	1,3	1,1	0,87
50	1,3	0,86	0,75	0,65
60	1,1	0,6	0,5	0,56
70	0,94	0,39	0,47	0,51
80	0,85	0,24	0,32	0,46
90	0,75	0,15	0,22	0,28

1) Erläutern Sie die Bedeutung des statistischen Richtfaktors.

Lösung:
Es muss unterschieden werden zwischen *Richtfaktor* bzw. *Richtungsfaktor* und *statistischem Richtfaktor* bzw. *statistischem Richtungsfaktor*.

Nach DEGA-Empfehlung 101, Akustische Wellen und Felder vom März 2006 [2]: Der Richtfaktor eines Schallstrahlers ist das Verhältnis der komplexen Amplitude des Fernfeldschalldrucks unter einem bestimmten Winkel und in einem bestimmten Abstand von der Schallquelle zur entsprechenden Schalldruckamplitude in der Bezugsrichtung bei demselben Abstand zur Schallquelle: $\underline{\Gamma} = \frac{\underline{p}(\phi,\theta)}{\underline{p}(\phi_0,\theta_0)}$. Als Bezugsrichtung wird in der Regel eine geometrische Symmetrieachse des Strahlers bzw. die Richtung maximaler Schallabstrahlung gewählt.

Im Falle der Trompete wäre die Bezugsrichtung z. B. die Trichterachse. Da in der Regel die Bezugsrichtung gleich der Richtung maximaler Abstrahlung ist, ist der Betrag des Richtungsfaktors zumeist < 1. Im Falle einer kugelförmigen Abstrahlung wäre er an jedem Punkt im Raum =1.

Aus der gleichen Empfehlung: Der statistische Richtfaktor eines Schallstrahlers ist das Verhältnis der komplexen Amplitude des Fernfeldschalldruckes unter einem bestimmten Winkel gegen die Bezugsachse des Schallstrahlers und in einem bestimmten Abstand von der Schallquelle zur entsprechenden komplexen Schalldruckamplitude, den eine ungerichtet strahlende Schallquelle (Kugelstrahler nullter Ordnung) gleicher Schallleistung bei gleichem Abstand der Aufpunkte vom Schallstrahler erzeugen würde. Er ist also auch das Verhältnis des Schalldruckes in einer bestimmten Richtung zum Mittelwert es Schalldruckes über alle Abstrahlrichtungen, bei jeweils gleichem Aufpunktabstand: $\Gamma_{ST} = \frac{\tilde{p}(\phi,\theta)}{\sqrt{\overline{\tilde{p}^2(\phi,\theta)}}}$.

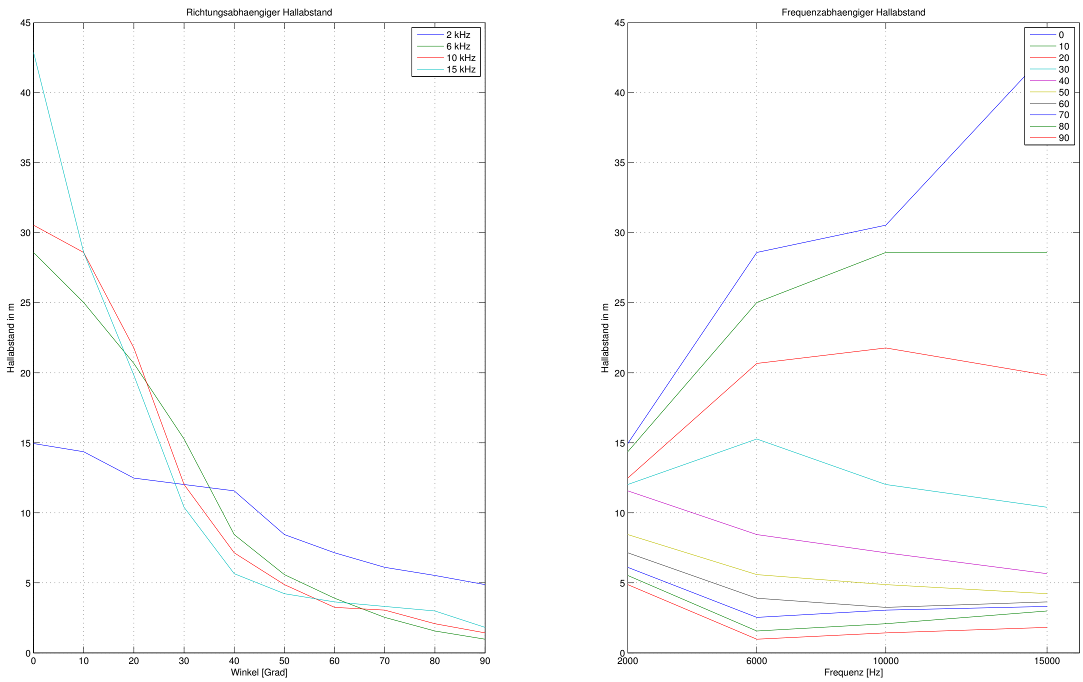
2) Berechnen Sie für die 4 Frequenzen und 10 Einfallsrichtungen die Hallabstände einer Trompete in der Berliner Philharmonie ($V = 26.000m^3, T = 2.0s$). Stellen Sie den richtungsabhängigen Hallabstand als Matlab-Plot dar.

Lösung:
Der Code, der die Plots generiert und die entsprechenden Graphiken im folgenden gegeben.
Code:

```
% Audiotechnik 1 - 3. Uebung
% Aufgabe 1.2

clear all;
close all;
clc;

%% Initialisierungen

f     = [2000 6000 10000 15000];
theta = [0 10 20 30 40 50 60 70 80 90];

% Pro Frequenz eine Spalte, pro Winkel eine Zeile

richtfaktoren = [2.30 4.40 4.70 6.60;
                 2.21 3.85 4.40 4.40;
                 1.92 3.18 3.35 3.05;
                 1.85 2.35 1.85 1.60;
                 1.78 1.30 1.10 0.87;
                 1.30 0.86 0.75 0.65;
                 1.10 0.60 0.50 0.56;
                 0.94 0.39 0.47 0.51;
                 0.85 0.24 0.32 0.46;
                 0.75 0.15 0.22 0.28];

%% Berechnung des Hallabstands

V     = 26000;
T     = 2.0;

hallabstand = 0.057 * richtfaktoren * sqrt(V/T);

%% Plot ueber den Winkel

subplot(1,2,1);
plot(theta, hallabstand);
set(gca, 'XTick', theta);
legend('2 kHz', '6 kHz', '10 kHz', '15 kHz');
```

```
title('Richtungsabhaengiger Hallabstand');
xlabel('Winkel [Grad]');
ylabel('Hallabstand in m');
grid on;

%% Plot ueber die Frequenz

subplot(1,2,2);
% jeder Graph entspricht einer Spalte, deshalb muss die Matrix
% transponiert werden.
plot(f, hallabstand');
set(gca, 'XTick', f);
legend('0', '10', '20', '30', '40', '50', '60', '70', '80', '90');
title('Frequenzabhaengiger Hallabstand');
xlabel('Frequenz [Hz]');
ylabel('Hallabstand in m');
grid on;
```

Grafik:



Der Hallabstand bezeichnet den Abstand, an dem Direkt- und Diffusschallpegel gleich groß sind. Da der Diffusschallpegel im gesamten Raum annähernd konstant ist, ist der Hallabstand ein Maß dafür, wie groß der Direktschallpegel in einem bestimmte Frequenzbereich in einer bestimmten Richtung ist. Ist der Direktschall nämlich sehr groß, so ist ein längerer Weg erforderlich, bis der Direktschalldruckpegel auf den Pegel des Diffusschalldrucks abgesunken ist, als bei kleineren Direktschalldrücken. Man kann anhand des Plots ablesen, dass die Trompete hohe Frequenzen sehr gerichtet abstrahlt, zu tiefen Frequenzen hin jedoch zunehmend ungerichtet wird.

3) Die erste Reihe in der Berliner Philharmonie sei 5m, die letzte Reihe 40m von der Trompete entfernt. Wie hoch ist die Schallpegeldifferenz für die beiden Hörpositionen (in 0-Richtung der Quelle) ohne Berücksichtigung des Raumes (Freifeld) uns 2. mit Berücksichtigung des Raumes?

Lösung:
Ohne Berücksichtigung des Raumes, also im Freifeld nimmt der Schalldruck der Quelle mit $1/r$ ab. Daher ergibt sich als Pegeldifferenz:

$$\Delta L = 10 \cdot log_{10}(\frac{p_{frei}(40m)^2}{p_{frei}(5m)^2}) = 20 \cdot log_{10}(\frac{1/40}{1/5}) = 20 \cdot log_{10}(\frac{5}{40}) = 20 \cdot log_{10}(2^{-3}) = -18,06dB$$

Berücksichtigt man den Raum mit, dann überlagern sich die Schalldrücke von Freifeld und Diffusfeld. Da es eine Überlagerung von inkohärenten Signalen ist, addieren sich die Leistungen. Für das Diffusfeld wird davon ausgegangen, dass der Schalldruck im gesamten Raum konstant ist. An der Stelle des Hallradius sind die Schalldruckwerte von Frei- und Diffusfeld gleich groß. Dementsprechend lässt sich der Wert des Schalldrucks im Diffusfeld durch den Freifeld Schalldruck an der Stelle des Hallradius berechnen. Die Pegeldifferenz ergibt sich demnach in Abhängigkeite von r_1, r_2 (40m und 5m) und r_H (Hallradius) wie folgt:

$$\Delta L = 10 \cdot log_{10}(\frac{p_{frei+diffus}(r_1)^2}{p_{frei+diffus}(r_2)^2}) = 10 \cdot log_{10}(\frac{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_H^2}}{\frac{1}{r_2^2} + \frac{1}{r_H^2}})$$

Die vier verschiedenen Hallradien bei 2, 6, 10 und 15 kHz ergeben sich zu 14,9 m, 28,6m, 30,5m und 42,9m (abgelesen aus der erzeugten Matlab-Matrix *Hallabstand*).

Demnach ergeben sich folgende Pegeldifferenzen zwischen den Entfernungen 5m und 40m:

$$\begin{aligned} \Delta L_{2kHz} &= -9,4dB \\ \Delta L_{6kHz} &= -13,5dB \\ \Delta L_{10kHz} &= -13,8dB \\ \Delta L_{15kHz} &= -15,4dB \end{aligned}$$

4) Wie verändert sich der Hallabstand (qualitativ), wenn sich die Trompete statt in der Berliner Philharmonie in einem typischen Aufnahmenstudio ($V = 1000m^3, T = 1s$) befindet?

Lösung:
Das Verhältnis der Hallabstände ergibt sich wie folgt:

$$\frac{r_{H,Studio}}{r_{H,Konzertsaal}} = \frac{0,057 \cdot \Gamma_{st}\sqrt{\frac{V_{Studio}}{T_{Studio}}}}{0,057 \cdot \Gamma_{st}\sqrt{\frac{V_{Konzertsaal}}{T_{Konzertsaal}}}} = \sqrt{\frac{\frac{V_{Studio}}{T_{Studio}}}{\frac{V_{Konzertsaal}}{T_{Konzertsaal}}}}$$

$$\rightarrow r_{H,Studio} = r_{H,Konzertsaal} \cdot \sqrt{\frac{\frac{V_{Studio}}{T_{Studio}}}{\frac{V_{Konzertsaal}}{T_{Konzertsaal}}}}$$

Nach Einsetzen der Werte ergibt sich: $r_{H,Studio} = 0,28 \cdot r_{H,Konzertsaal}$.

Der Hallradius im Studio ist somit deutlich kleiner als im Konzertsaal, dieses Verhältnis bleibt jedoch unabhängig von der Frequenz und deren Richtfaktor gleich.

Literatur

[1] Stefan Weinzierl (Hrsg.): *Handbuch der Audiotechnik.* Springer Verlag, Berlin 2008.

[2] DEGA-Empfehlung 101. *Akustische Wellen und Felder.* Deutsche Gesellschaft für Akustik, 2006.

[3] Jürgen Meyer. *Akustik und musikalische Aufführungspraxis.* Edition Bochinsky (PPV Medien). 5. , aktualisierte Auflage, Bergkirchen, 2004.