Prof. Dr. Stefan Weinzierl 25.04.2013

Musterlösung: 26. April 2013, 07:39

1 Fern- und Nahfeld - Nahbesprechungseffekt

1) Nennen sie die Gleichungen für den Verlauf des Schalldrucks und der Schallschnelle einer Kugelwelle.

Lösung:
Die Gleichung für den Schalldruck einer Kugelwelle lautet:

$$p(r,t) = \frac{A}{r}e^{j(\omega t - kr)} \tag{1}$$

wobei A der Amplituden Betrag des Schalldrucks in 1 m Entfernung von der Quelle. Entsprechend gilt für die Schallschnelle:

$$v(r,t) = \frac{A}{r}e^{j(\omega t - kr)}(\frac{1}{\rho_0 c} + \frac{1}{j\omega\rho_0 r}) \tag{2}$$

2) Erklären Sie anhand der Gleichung für die Schallschnelle die Begriffe Nahfeld und Fernfeld.

Lösung:
Aus Gleichung 2 ist es ersichtlich, dass die Schallschnelle die Summe zweier Terme: Eines konstanten, der dem Schalldruck gleich ist bis auf einen Faktor von $\frac{1}{\rho_0 c}$; und eines frequenz- und abstandsabhängigen ($\frac{1}{j\omega\rho_0 r}$). In der Nähe der Schallquelle ($r \to 0$) überwiegt in der Gleichung der letztere Term, die Schnelle nimmt also dort mit $\frac{1}{r^2}$ ab. Der Bereich, in dem das gilt wird als *Nahfeld* bezeichnet. Mit zunehmender Entfernung von der Schallquelle kehrt sich das Verhältnis jedoch um. In großer Entfernung liefert der erste Term nur noch einen kleinen Beitrag, die Schnelle nimmt nur doch mit $\frac{1}{r}$ ab. Diesen Bereich bezeichnet man als *Fernfeld*.

3) Wie ist der Übergang zwischen Nah- und Fernfeld definiert?

Lösung:
Beim Übergang zwischen Nah- und Fernfeld sind die Beträge der beiden Terme genau gleich groß:

$$|\frac{1}{\rho_0 c}| = |\frac{1}{j\omega\rho_0 r}| \to \frac{1}{c} = \frac{1}{\omega r} \tag{3}$$

Also:

$$r = \frac{c}{\omega} = \frac{c}{2\pi f} \rightarrow r = \frac{1}{k} \leftrightarrow kr = 1 \quad (4)$$

Der Übergang zwischen Nah- und Fernfeld ist somit **frequenzabhängig**.

4) Erläutern Sie den Nahbesprechungseffekt. Bei welchen Mikrofontypen tritt er auf? Wie macht er sich bemerkbar und wie ist er zu erklären?

Lösung:
Der Nahbesprechungseffekt tritt ausschließlich bei Druckgradientenempfängern auf und äußert sich in einem Anstieg tiefer Frequenzen, wenn das Mikrofon sich in der Nähe der Schallquelle befindet. Dies ist in der Proportionalität von Schallschnelle und Druckgradient begründet.

Nähert sich eine Quelle dem Mikrofon, so befindet es sich für tiefe Frequenzen früher im Nahfeld als für hohe Frequenzen. Tiefe Frequenzen steigen dabei also stärker als hohe.

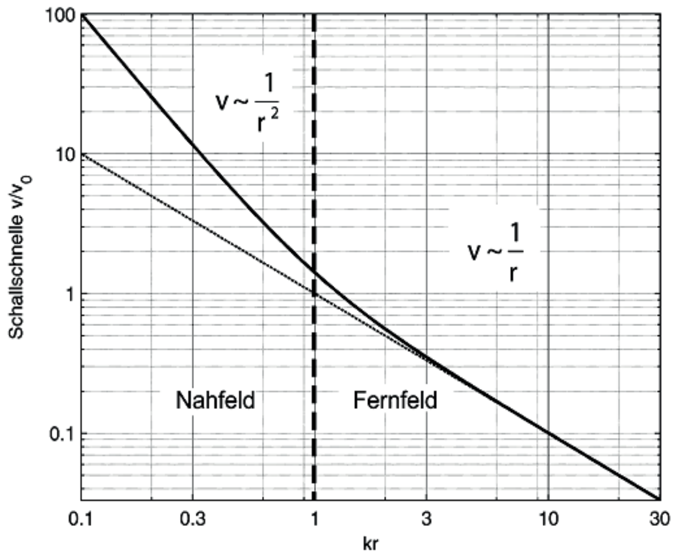

Abbildung 1: Verlauf des Verhältnisses Schallschnelle zu Bezugschnelle in Abhängigkeit von kr

5) Ein Sänger befinde sich zunächst in einem Abstand von 1,5 m zum Mikrofon und schließlich in einer Entfernung von 50 cm. Auf welche Weise werden sich die Aufnahmen an den beiden Positionen unterscheiden?

Lösung:

Wie in Teilaufgabe 3 ermittelt, ist der Nahfeld-Fernfeld-Übergang frequenzabhängig. Die Grenzfrequenz ergibt sich durch:

$$r = \frac{c}{2\pi f} \rightarrow f = \frac{c}{2\pi r} \tag{5}$$

In einer Entfernung von 1,5 m befindet man sich daher für Frequenzen unterhalb von $f_{1,5m} = 36$ Hz im Nahfeld. In einer Entfernung von 0,5 m liegt die Grenzfrequenz bei $f_{0,5m} = 109$ Hz. Der Frequenzbereich unterhalb dieser Frequenz wird in der Entfernung von 50cm angehoben.

2 Schallpegel

Ein näherungsweise kugelförmig abstrahlender Lautsprecher erzeugt in einem Abstand von 1 m einen Schalldruckpegel L_1.

1) Um wieviel dB verringert sich in der doppelten Entfernung

a. der Schalldruckpegel
b. der Schallintensitätspegel
c. der Schallschnellepegel bei einer Frequenz von 100 Hz

Lösung:
a. Schalldruckabnahme

Der Schalldruck einer Kugelquelle ist von Gleichung 1 gegeben. Um die Änderung des Schalldrucks bei der doppelten Entfernung zu berechnen betrachten wir $p(r_0)$ und $p(2r_0)$ und setzen sie im Verhältnis, um den relativen Pegel zu bekommen:

$$\begin{aligned}\Delta L_p &= 10 \cdot log_{10}|\frac{p(2r_0)}{p(r_0)}|^2 = 10 \cdot log_{10}|\frac{\frac{A}{2r_0}e^{j(\omega t - 2kr_0)}}{\frac{A}{r_0}e^{j(\omega t - kr_0)}}|^2 \\ &= 10 \cdot log_{10}|\frac{1}{2}e^{-jkr_0}|^2 = 20 \cdot log_{10}(\frac{1}{2}) = -6,02dB\end{aligned}$$

b. Schallintensitätsabnahme

Die Intensität einer Kugelquelle ist:

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2} \tag{6}$$

Und die entsprechende Änderung:

$$\Delta L_I = 10 \cdot log_{10}|\frac{I(2r_0)}{I(r_0)}| = 10 \cdot log_{10}|\frac{\frac{P}{4\pi(2r_0)^2}}{\frac{P}{4\pi(r_0)^2}}| = 10 \cdot log_{10}(\frac{1}{4}) = -6,02dB \tag{7}$$

c. Abnahme der Schallschnelle ($f_0 = 100\ Hz$)

Die Schallschnelle ist in Gleichung 2 definiert. Die Änderung des Schnellepegels ist damit:

$$\Delta L_v = 10 \cdot log_{10}|\frac{v(2r_0)}{v(r_0)}|^2 = 10 \cdot log_{10}|\frac{\frac{A}{2r_0}e^{j(\omega t - 2kr_0)}(\frac{1}{\rho_0 c} + \frac{1}{j\omega\rho_0 2r_0})}{\frac{A}{r_0}e^{j(\omega t - kr_0)}(\frac{1}{\rho_0 c} + \frac{1}{j\omega\rho_0 r_0})}|^2$$

$$= 10 \cdot log_{10}|\frac{1}{2}e^{-jkr_0}|^2 + 10 \cdot log_{10}|\frac{(\frac{1}{\rho_0 c} + \frac{1}{j\omega\rho_0 2r_0})}{(\frac{1}{\rho_0 c} + \frac{1}{j\omega\rho_0 r_0})}|^2$$

$$= -6,02dB + 10 \cdot log_{10}|\frac{j\omega r_0 + 0.5c}{j\omega r_0 + c}|^2$$

$$= -6,02dB + 10 \cdot log_{10}|\frac{(j\omega r_0 + 0.5c)(c - (j\omega r_0)}{\omega^2 r_0^2 + c^2}|^2$$

$$= -6,02dB + 10 \cdot log_{10}|\frac{j\omega c r_0 + 0.5c^2 + \omega^2 r_0^2 - 0.5j\omega c r_0}{\omega^2 r_0^2 + c^2}|^2$$

$$= -6,02dB + 10 \cdot log_{10}|\frac{0.5c^2 + \omega^2 r_0^2 + 0.5j\omega c r_0}{\omega^2 r_0^2 + c^2}|^2$$

Mit $c = 343m/s$, $\omega = 2\pi f_0 = 200\pi$ Hz, $r_0 = 1, m$ haben wir schließlich:

$$\Delta L_v = -6,02dB + 10 \cdot log_{10}|\frac{0.5(343m/s)^2 + (200\pi Hz)^2(1m)^2 + 0.5j(200\pi Hz)343m/s \cdot 1m}{(200\pi Hz)^2(1m)^2 + (343m/s)^2}|^2$$

$$= -6,02dB + 10 \cdot log_{10}|0,8852 + j(0,2103)|^2$$
$$= -6,02dB - 0,82dB$$
$$= -6,84dB$$

Hier muss stark betont werden, dass diese Abnahme von 6,84 dB **nicht generell** für die Änderung des Schallschnellepegels bei doppelter Entfernung gilt, sondern lediglich für diese bestimmte Frequenz.

2) Berechnen Sie für $L_1 = 90$ dB und f = 100 Hz den Schalldruck, die Schallschnelle und die Schallintensität in 1 m und 2 m Entfernung und recherchieren Sie die dafür notwendigen Materialkonstanten.

Lösung:

a. Schalldruck

Der absolute Schalldruckpegel errechnet sich nach $L = 20log(p/p_0)$, mit $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} Pa$. Dadurch ergeben sich folgende Werte für den Schalldruck in 1m und 2m Entfernung:

1m: $p_1 = p_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{20}} = 2 \cdot 10^{-5} Pa \cdot 10^{\frac{90}{20}} = 0,632 Pa$

2m: $p_2 = p_0 \cdot 10^{\frac{L_1 - 6,02}{20}} = 2 \cdot 10^{-5} Pa \cdot 10^{\frac{83,98}{20}} = 0,316 Pa$

a. Schallschnelle

Bei der Formel 2 für die Schallschnelle sind die entsprechenden Konstanten:

$A = r \cdot p = 0,632 kg/s^2$
$\rho_{Luft} = 1,189 kg/m^3$
$c_{Luft} = 343 m/s$

Dadurch ergeben sich für den Betrag der Schallschnelle in 1 und 2 Meter Entfernung folgende Werte:

1m:

$$v_1 = |\frac{0,632 Kg/s^2}{1m}(\frac{1}{1,189 Kg/m^3 \cdot 343 m/s} + \frac{1}{j \cdot 2\pi 100 Hz \cdot 1,189 kg/m^3 \cdot 1m})|$$

$$= |0,632 \frac{Kg/s^2}{m}(\frac{1}{407,83 kg/m^2 s} - j \frac{1}{747,07 kg/m^2 s})|$$

$$= 0,632 kg/s^2 m \cdot 2,79 \cdot 10^- 3 m^2 s/kg$$
$$= 0,00176 m/s$$

2m:

$$v_2 = 10^{-\frac{6,8}{20}} \cdot 0,00176 m/s = 8,045 \cdot 10^{-4} m/s$$

c. Schallintensität

1m: $I_1 = p_1 \cdot v_1 = 0,632 Pa \cdot 0,00176 m/s = 1,1 \cdot 10^{-3} W/m^2$

2m: $I_2 = p_2 \cdot v_2 = 0,316 Pa \cdot 8,04 \cdot 10^{-4} m/s = 2,5 \cdot 10^{-4} W/m^2$

Da Schalldruck und Schallschnelle im Kugelschallfeld komplex verlaufen und nicht in Phase sind, führt der halbe Schalldruck hier nicht zu einem Viertel der Intensität. Diese Abweichung ist wegen der Frequenzabhängigkeit der Schallschnelle zu begründen.

Literatur

[1] Stefan Weinzierl (Hrsg.): *Handbuch der Audiotechnik*. Springer Verlag, Berlin 2008.

[2] DEGA-Empfehlung 101: *Akustische Wellen und Felder*. Deutsche Gesellschaft für Akustik, 2006.