Musterlösung: 20. April 2013, 11:24

1 Schallfeldgrößen und Schallleistungsgrößen

In einer ebenen fortschreitenden Welle wird ein Effektivwert des Schalldruckes von $0,04 N/m^2$ festgestellt. Wie groß ist

1) die Schallschnelle (man rechne mit $\rho_0 c = 400 kg/m^2 s$)

Lösung:
Die Gleichung, die Schalldruck, Schallschnelle und Schallgeschwindigkeit für eine Ebene Welle verbindet lautet:

$$\frac{p}{v} = \rho_0 c \tag{1}$$

Damit ist

$$v = \frac{p}{\rho_0 c} = \frac{0,04 N/m^2}{400 kg/m^2 \cdot s} = \frac{0,04 kg \cdot m/m^2 \cdot s^2}{400 kg/m^2 \cdot s} = 10^{-4} m/s = 0,1 mm/s \tag{2}$$

2) die Teilchenauslenkung für die Frequenzen von 100 Hz und 1000 Hz

Lösung:
Die Teilchenauslenkung ist von folgender Formel gegeben:

$$\xi_{eff} = \frac{v_{eff}}{\omega} \tag{3}$$

Davon geht man aus, dass es sich um harmonischen Schwingungen handelt, und deswegen hat die Teilchenauslenkung die gleiche Form mit der Teilchenschnelle ($Asin(\omega t + \phi)$), bis auf einen Faktor von $\frac{1}{\omega}$, der die Abhängigkeit der Amplitude der Teilchenauslenkung von der Frequenz ausdruckt.
Für $f = 100$ Hz (mit $\omega = 2\pi f$) ergibt sich:

$$\xi_{eff,100Hz} = \frac{10^{-4} m/s}{2\pi \cdot 100 Hz} = 1,6 \cdot 10^{-7} m = 0,16 \mu m \tag{4}$$

Für $f = 1000$ Hz ergibt sich:

$$\xi_{eff,1000Hz} = \frac{10^{-4} m/s}{2\pi \cdot 1000 Hz} = 1,6 \cdot 10^{-7} m = 0,016 \mu m \tag{5}$$

3) die Schallintensität

Lösung:

Es gilt für ebene Wellen:

$$I = p \cdot v \tag{6}$$

Also:

$$I = 0,04N/m^2 \cdot 10^{-4}m/s = 4 \cdot 10^{-6}W/m^2 \tag{7}$$

4) die Schallleistung, die durch eine Fläche von $4m^2$ hindurch tritt

Lösung:
Die Schallleistung ist das Integral der Schallintensität auf eine definierte (meist kugelförmige) Fläche

$$P = \int IdS = I \cdot S = 4 \cdot 10^{-6}W/m^2 \cdot 4m^2 = 16 \cdot 10^{-6}W \tag{8}$$

5) und der Schalldruckpegel, der Schallintensitätspegel und der Schallleistungspegel für die Fläche von $4m^2$?

Lösung:
Die allgemeine Formel zur Berechnung des Pegels von Leistungsgrößen wie Leistung und Intensität lautet:

$$L = 10 \cdot log_{10}\frac{P}{P_0} \tag{9}$$

Da aber auch gilt: $\frac{P}{P_0} = \frac{I}{I_0} = \frac{p^2}{p_0^2}$

ist $L = 10 \cdot log_{10}\frac{P}{P_0} = 10 \cdot log_{10}(\frac{p}{p_0})^2 = 20 \cdot log_{10}\frac{p}{p_0}$

Für Feldgrößen, also Druck und Schnelle (p, v) in der Akustik und Spannung und Strom (U, I) in der Elektrotechnik, deren Quadrate sich proportional zu den Leistungsgrößen verhalten rechnet man also mit dem 20-fachen Logarithmus.

Dank dieser Konvention führt beispielsweise eine Verstörkung des Leistungspegels um 6dB ebenso zu einer Verstärkung des Schalldruckpegels um 6dB, obwohl der Schalldruck nur um das Doppelte zugenommen hat, während sich die Leistung vervierfacht. Für relative Pegel ergeben sich folgende Richtwerte für die Verhältnisse von Leistungsgrößen sowie Feldgrößen:

Relativer Pegel L in dB (gerundet)	Verhältnis x_1/x_2 für Leistungsgrößen (P_{ak}, P_{el}, I)	Verhältnis x_1/x_2 für Feldgrößen (p, v, U, I)
0	1	1
3	2	$\sqrt{2}$
6	4	2
10	10	$\sqrt{10}$
20	100	10

Steht der Pegel für einen Absolutwert, muss zusätzlich ein Bezugswert bekannt sein. Für Schalldrücke ist dies die Hörschelle $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} Pa$, hier wird der Pegel in dB SPL (=sound pressure level) angegeben.

Für das Ebene Schallfeld mit einer Kennimpedanz von $z_0 = \rho_0 c = 400 kg/m^2 s$ ergeben sich die Bezugswerte für Leistungsgrößen aus den bereits bekannten Zusammenhängen zwischen Druck, Intensität und Leistung:

$$I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}, P_0 = 10^{-12} W \tag{10}$$

Hiermit können nun alle gesuchten Pegel berechnet werden.

Schalldruckpegel

$$L_p = 20 \cdot log_{10} \frac{p}{p_0} = 20 \cdot log_{10} \frac{4 \cdot 10^{-2} Pa}{2 \cdot 10^{-5} Pa} = 66 dB_{SPL} \tag{11}$$

Schallintensitätspegel:

$$L_I = 10 \cdot log_{10} \frac{I}{I_0} = 10 \cdot log_{10} \frac{4 \cdot 10^{-6} \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} = 66 dB \tag{12}$$

Schallleistungspegel:

$$L_W = 10 \cdot log_{10} \frac{P}{P_0} = 10 \cdot log_{10} \frac{16 \cdot 10^{-6} W}{10^{-12} W} = 72 dB \tag{13}$$

2 Schallleistung einer Quelle

Auf eine würfelförmigen Hüllfläche, die eine Schallquelle umschließt, werden im reflexionsarmen Raum die in der Tabelle genannten Schalldruckpegel gemessen. Die 6 Teilflächen der Hüllfläche betragen jeweils $2 m^2$. Wie groß ist der Schallleistungspegel der Quelle?

Teilfläche	**L / dB**
1	80
2	82
3	81
4	83
5	80
6	81

Lösung:
Um die Leistung einer Schallquelle zu ermitteln, werden alle Teilleistungen summiert, die durch sechs Teilflächen fließen. Wir gehen hier davon aus, dass der Schall der Schallquelle jede Fläche des

Würfels als ebene Welle erreicht. Die Schallleistung der Quelle lässt sich dann errechnen durch:

$$P = \sum_{n=1}^{N} I_n \cdot S_n = S \sum_{n=1}^{6} I_n \tag{14}$$

Hier ist es, mit $I_n = \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c}$:

$$P = S \sum_{n=1}^{6} I_n = S \sum_{n=1}^{6} \frac{p_{eff}^2}{\rho_0 c} \tag{15}$$

Mit $L_{p,n} = 20 \cdot log_{10}(\frac{p_{eff}}{p_0}) \Rightarrow p_{eff} = p_0 \cdot 10^{\frac{L_{p,n}}{20}}$ ergibt sich:

$$P = S \sum_{n=1}^{6} \frac{p_0^2 \cdot 10^{\frac{L_{p,n}}{10}}}{\rho_0 c} \tag{16}$$

Aber $P_0 = I_0 \cdot 1m^2 = \frac{p_0^2}{\rho_0 c} \cdot 1m^2$, also:

$$P = S \cdot \frac{P_0}{1m^2} \sum_{n=1}^{6} 10^{\frac{L_{p,n}}{10}} \Rightarrow \frac{P}{P_0} = \frac{S}{1m^2} \sum_{n=1}^{6} 10^{\frac{L_{p,n}}{10}} \tag{17}$$

Daher ergibt sich der Schalleistungspegel wie folgt:

$$L_W = 10 \cdot log_{10} \frac{P}{P_0} = 10 \cdot log_{10}(\frac{S}{1m^2} \sum_{n=1}^{6} 10^{\frac{L_{p,n}}{10}}) \Rightarrow \tag{18}$$

$$L_W = 10 \cdot log_{10}(\sum_{n=1}^{6} 10^{\frac{L_{p,n}}{10}}) + 10 \cdot log_{10} \frac{S}{1m^2} = 89,1 + 3 = 92,1dB \tag{19}$$