Audiotechnik I
Analoge Audiotechnik: 10. Tutorium

Technische Universität Berlin

Prof. Dr. Stefan Weinzierl 23.06.2014

Musterlösung: 23. Juni 2014

1 Mikrofonübertragungsfunktionen

1) Was versteht man unter dem (Feld-)Übertragungsfaktor eines Mikrofons?

Lösung:
Der Übertragungsfaktor eines Mikrofons (engl. Sensitivity) ist das Verhältnis von ausgegebener Spannung zu anliegendem Schalldruck:

$$B = \frac{U}{p}$$

Die physikalische Einheit dieser Größe ist $\frac{mV}{Pa}$.

In Mikrofondatenblättern wird meistens eine Angabe folgender Art gemacht:

Sensitivity, nominal, ± 2 dB: 35 mV/Pa; -29 dB re. 1 V/Pa

In diesem Beispiel (B+K 4006, Kondensatormikrofon, Kugelrichtcharakteristik) wird zusätzlich ein Spannungspegel in Bezug auf 1V angegeben, was eine redundante Information darstellt.

2) Welche Komponenten haben einen Einfluss auf den Frequenzgang eines Mikrofons und in welcher Weise beeinflussen sie ihn?

Lösung:
1. Kapselkonstruktion
Druckempfänger weisen bei frontalem Schalleinfall einen konstanten Frequenzgang auf. Der Frequenzgang von Druckgradientenempfänger hingegen fällt zu tiefen Frequenzen hin stark ab.

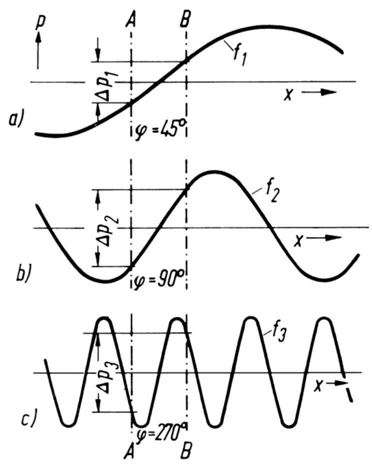

Abbildung 1: Schalldruckdifferenzen bei einem Druckgradientenempfänger

Ist die halbe Wellenlänge kleiner als die Wegdifferenz zwischen Vorder- und Rückseite dr Membran, kommt es zu einem Kammfilter-Frequenzgang (siehe folgende Abbildung). Beispielsweise, bei 25mm Wegdifferenz, bekommt man: $f = \frac{c}{\lambda/2} = \frac{343m/s}{0.025m} = 13720Hz \rightarrow f_u = 6860Hz$. Ab dieser Frequenz treten Auslöschungen im Frequenzgang auf, wegen des 180 Grad Unterschiedes des Schalldruckes zwischen Vorder- und Rückseite der Membran. Die Auslöschungen treten auf für die Frequenz von f = 13720 Hz und jedes Vielfache davon, also für jedes Vielfache von halbe Wellenlänge Abstand zwischen Vorder- und Rückseite.

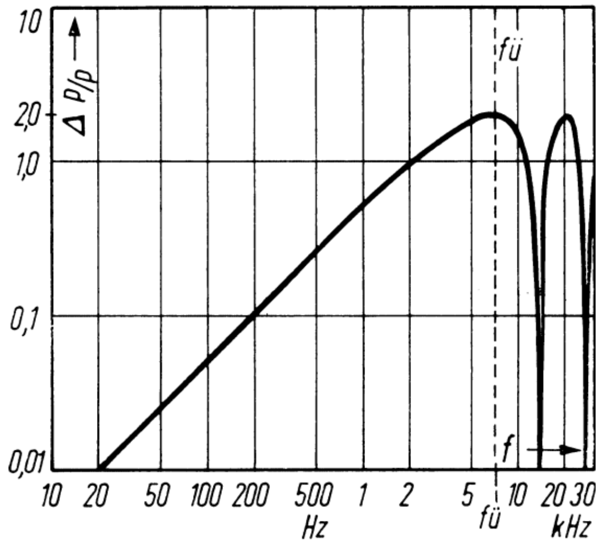

Abbildung 2: Frequenzgang eines Druckgradientenempfängers

2. Wandlungsprinzip
Man unterscheidet zwischen Auslenkungsempfängern (z. B. Kondensatormikrofone) und Schnelle-Empfängern (z. B. elektrodynamische Mikrofone/Tauchspulenmikrofone). Im ebenen Schallfeld (also im Fernfeld einer Kugelquelle) ergibt sich bei konstantem Druck über alle Frequenzen eine konstante Schnelle ($Z_0 = \frac{p}{v} = konstant$). Da die Auslenkung das Integral der Schnelle ist, ergibt sich ein Abfall mit $\frac{1}{j\omega}$ (man geht davon aus, dass die Auslenkung s und Schnelle v in einer harmonischen Schwingung betrachtet werden, also $s = \hat{s} \cdot e^{j\omega t}$):

$$v = \frac{d}{dt}s = j\omega\hat{s} \cdot e^{j\omega t} = j\omega s \rightarrow s = \frac{v}{j\omega}$$

3. Abstimmung
Durch die Lage der Resonanzfrequenz der Mikrofonmembran lässt sich der Frequenzgang ebenfalls beeinflussen. Man unterscheidet zwischen tief abgestimmten, mittenabgestimmten und hoch abgestimmten Membranen.

Die bauartbedingten Frequenzgänge ergeben sich wie folgt:

3) Welchen prinzipiellen Frequenzgang weist ein Mikrofon auf, das
1. auf den Schalldruck reagiert,
2. als Auslenkungsempfänger arbeitet
3. hoch abgestimmt ist?

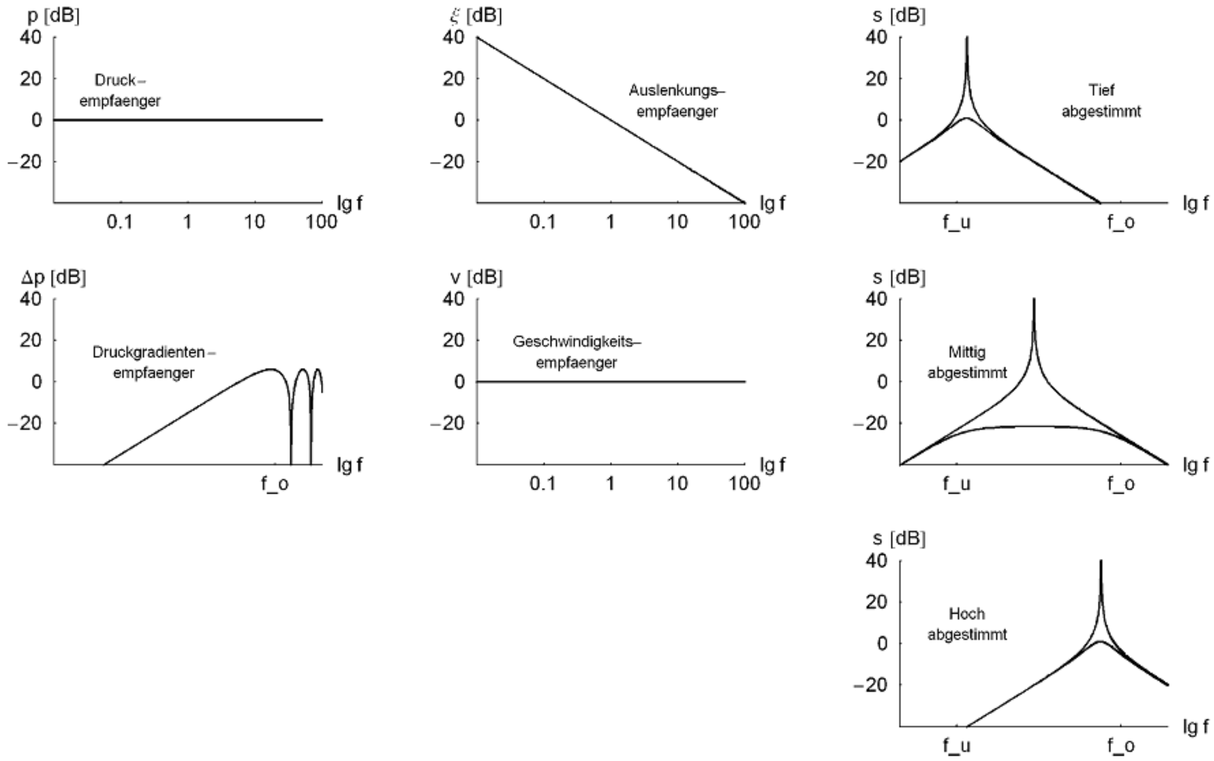

Abbildung 3: Prinzipielle Frequenzgänge von Mikrofonen

Lösung:
Der Frequenzgang des Mikrofons ergibt sich aus der Überlagerung der Frequenzgänge, die sich durch die einzelnen Komponenten ergeben. In diesem Fall also den Frequezgang eines Druckempfägners (idealerweise über den gesamten Frequenzbereich konstant), eines Auslenkungsempfängers (Abnahme mit $1/\omega$, also 6 dB pro Oktave) und einer hohen Abstimmung (Zu- und Abnahme unterhalb und oberhalb der Grenzfrequenz mit 6 dB/Oktave).

Qualitativ ergibt sich demnach ein Frequenzgang, der bis zur Resonanzfrequenz der Membran konstant verläuft, da sich die Frequenzgänge, die sich durch den Auslenkungsempfänger und die hohe Abstimmung ergeben sich kompensieren.Oberhalb der Resonanzfrequenz fällt der Frequenzgang schliesslich mit 12 dB/Oktave ab.

4) Wodurch ist die obere Grenzfrequenz des Systems gegeben und wie lässt sie sich konstruktiv nach oben ausdehnen?

Lösung:
Die obere Grenzfrequenz ist durch die Resonanzfrequenz der Mambran gegeben. Um diese Frequenz weiter nach oben zu verschieben, wäre es denkbar, die Membran stärker einzuspannen, bzw. die Masse der Membran zu verkleinern.

2 Richtcharakteristik von Mikrofonen

Die Gleichung für die ideale Richtcharakteristik von Mikrofonen lautet:

$$s(\theta) = A + B \cdot cos(\theta)$$

$s(\theta)$: Uebertragungsfaktor
A: Druckanteil
B: Gradientenanteil
$A + B = 1$

1) Berechnen und plotten Sie die idealen Richtcharakteristiken *Kugel*, *Niere* und *Superniere* in Matlab.

Lösung:
Code:

```
% Audiotechnik I - 6. Uebung
% Aufgabe 2.1

% Polardiagramme (2-D)

clear all;
close all;
clc;

%% Initialisierung eines Vektors der Oeffnungswinkel gegen die 0-Achse
theta = linspace(0, 2*pi, 1000);

%% Berechnung der Richtcharakteristiken
s_Kugel          = ones(size(theta));
s_BreiteNiere    = abs(0.67 + 0.33*cos(theta));
s_Niere          = abs(0.5 + 0.5*cos(theta));
s_Superniere     = abs(0.37 + 0.63*cos(theta));
s_Hyperniere     = abs(0.25  + 0.75*cos(theta));
s_Acht           = abs(cos(theta));

%% Plotten der Richtcharakteristiken
figure;

% Kugel
subplot(2,3,1);
polar(theta, s_Kugel, 'k');
axis equal;
title('Polardiagramm Kugel')

% Breite Niere
subplot(2,3,2);
polar(theta, s_BreiteNiere, 'k');
axis equal;
title('Polardiagramm Niere')

% Niere
subplot(2,3,3);
polar(theta, s_Niere, 'k');
```

```
axis equal;
title('Polardiagramm Breite Niere')

% Superniere
subplot(2,3,4);
polar(theta, s_Superniere, 'k');
axis equal;
title('Polardiagramm Superniere')

% Hyperniere
subplot(2,3,5);
polar(theta, s_Hyperniere, 'k');
axis equal;
title('Polardiagramm Hyperniere')

% Acht
subplot(2,3,6);
polar(theta, s_Acht, 'k');
axis equal;
title('Polardiagramm Acht')
```

Code END

2) Als Bündelungsgrad γ bezeichnet man das Verhältnis der von einem idealen Kugelmikrofon aufgenommenen Leistung zu der von einem gerichteten Mikrofon mit gleichem Übertragungsfaktor aufgenommenen Leistung. Als relativer Abstandsfaktor (Distance Faktor, DSF) bezeichnet man das Verhältnis des Abstandes, in dem ein gerichtetes Mikrofon weiter von einer Schallquelle im Raum positioniert werden kann als ein ideales Kugelmikrofon, bei gleichem augenommenen Direkt-Diffus-Schallverhältnis. Leiten Sie in Abhängigkeit der Größen A und B einen Ausdruck für den Bündelungsgrad des Mikrofons her. Das dürch die Winkeländerung $d\theta$ gegebene Flächenelement auf einem Kreis mit dem Radius r hat die Fläche: $dS = r \cdot d\theta \cdot 2\pi r \cdot sin(\theta)$.

Lösung:

Mathematisch lässt sich der Bündelungsgrad wie folgt ausdrücken:

$$\gamma = \frac{P_{Kugel}}{P_{Richt}}$$

Allgemein gilt für die Schallleistung, die auf das Mikrofon einwirkt (im Fernfeld):

$$P = \int_S I dS = \int_S \frac{p^2}{\rho c} dS$$

Die vom (gerichteten) Mikrofon tatsächlich aufgenommene Schallleistung entspricht dies jedoch nicht, sondern wird zusätzlich von der Richtcharakteristik des Mikrofons beeinflusst:

$$P = \int_S \frac{(p \cdot s(\theta))^2}{\rho c} dS$$

Dabei gibt $s(\theta)$ winkelabhängig und dimensionslos die Richtcharakteristik des Mikrofons an. Der einfallende Schalldruck wird um den Wert von $s(\theta)$ vermindert. Dieser ist aus Gleichung 2 gegeben. Die Werte von A und B bestimmen die genaue Form der Richtcharakteristik. A und B summieren sich immer zu 1, sodass $s(0) = 1$ für alle Charakteristiken gilt. Für $A = 1$ und $B = 0$ bekommt man eine Kugelcharakteristik, im Falle von $A = 0$ und $B = 1$ ergibt sich eine Achtercharakteristik.

Für die Kugel charakteristik gilt dann:

$$P_{Kugel} = \int_S \frac{(p \cdot (a + Bcos(\theta)))^2}{\rho c} dS = \frac{(p \cdot 1)^2}{\rho c} \cdot \int_S dS = \frac{p^2}{\rho c} \cdot 4\pi r^2$$

Für eine beliebige Richtcharakteristik gilt:

$$P_{Richt} = \int_S \frac{(p \cdot s(\theta))^2}{\rho c} dS = \frac{p^2}{\rho c} \cdot \int_S s^2(\theta) dS$$

Es ist also das Integral über die Oberfläche der Richtcharakteristik zu berechnen. Da die Richtcharakteristik rotationssymmetrisch zur 0-Richtung ist, ist dies am einfachsten zu lösen, wenn man infinitesimal kleine Kugelschichten betrachtet.

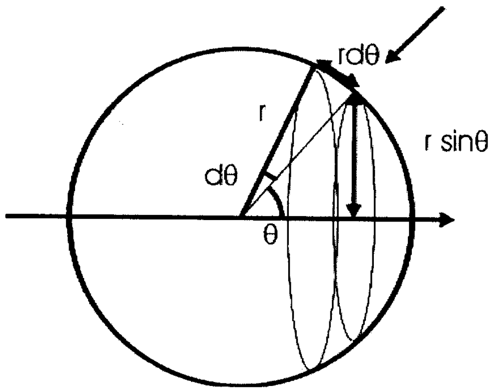

Abbildung 4: Flächenelement einer Kugelscheibe

Die Leistung berechnet sich schließlich nach:

$$\begin{aligned} P_{Richt} &= \frac{p^2}{\rho c} \cdot \int_0^\pi s^2(\theta) \cdot 2\pi r^2 sin(\theta) d\theta \\ &= \frac{p^2}{\rho c} \cdot 2\pi r^2 \int_0^\pi s^2(\theta) \cdot sin(\theta) d\theta \\ &= \frac{p^2}{\rho c} \cdot 2\pi r^2 \int_0^\pi (A + Bcos(\theta))^2 \cdot sin(\theta) d\theta \end{aligned}$$

Und wenn jeweils ein Integral für die Terme aufgestellt wird:

$$\begin{aligned} P_{Richt} &= \frac{p^2}{\rho c} \cdot 2\pi r^2 (A^2 \int_0^\pi sin(\theta) d\theta + 2AB \int_0^\pi cos(\theta) sin(\theta) d\theta + B^2 \int_0^\pi cos^2(\theta) sin(\theta) d\theta) \\ &= \frac{p^2}{\rho c} \cdot 2\pi r^2 (A^2 [-cos(\theta)]_0^\pi + 2AB [\frac{1}{2} sin^2(\theta)]_0^\pi + B^2 [-\frac{1}{3} cos^3(\theta)]]_0^\pi) \\ &= \frac{p^2}{\rho c} \cdot 2\pi r^2 (2A^2 + \frac{2}{3} B^2) \end{aligned}$$

Der Bündelungsgrad ergibt sich demnach zu:

$$\gamma = \frac{P_{Kugel}}{R_{Richt}} = \frac{\frac{p^2}{\rho c} \cdot 4\pi r^2}{\frac{p^2}{\rho c} \cdot 2\pi r^2 (2A^2 + \frac{2}{3}B^2)} = \frac{1}{A^2 + \frac{1}{3}B^2}$$

3) Leiten Sie den allgemeinen Zusammenhang zwischen dem Bündelungsgrad γ und dem Distance Factor DSF für viel gängige Richtcharakteristiken (Breite Niere, Niere, Superniere, Acht) aus den Ergebnissen vom vorigen Aufgabenteil und einem idealisierten Verlauf von Direkt- und Diffusfeld im Raum.

Lösung:

Am gleichen Punkt im Raum hat ein gerichtetes Mikrofon ein größeres Direkt-Diffusschall-Verhältnis als ein ungerichtetes Mikrofon. Mit anderen Worten: ein gerichtetes Mikrofon nimmt (wegen seiner nicht-kugelförmigen Richtcharakteristik) am gleichen Punkt im Raum weniger Diffusschall auf als ein ungerichtetes Mikrofon mit dem gleichen Übertragungsfaktor bei 0 Grad/vorne.

Um das gleiche Direkt-Diffusschall-Verhältnis zu erhalten muss man sich also mit dem gerichteten Mikrofon **weiter** von der Schallquelle entfernen, weil dort das Verhältnis von Direkt- zu Diffusschall des Raumes kleiner ist. Bzw. kann man sich mit einem gerichteten Mikrofon weiter von der Quelle sich positionieren als mit einem Kugelmikrofon, ohne das Direkt-Diffusverhältnis zu stören.

Im Raum überlagert sich an jedem Punkt das Direktschallfeld einer Schallquelle mit dem Diffusschallfeld. Der Schalldruck des idealisierten Diffusschallfelds ist dabei im gesamten Raum konstant, während der Schalldruck des Direktfeldes mit 1/r abnimmt. Somit nimmt auch das Verhältnis von Direktschall zu Diffusschall mit 1/r ab.

Das von einem Mikrofon aufgenommene Verhältnis von Direktschall zu Diffusschall lässt sich ausdrücken durch das Verhältnis aus dem Übertragungsfaktor in 0-Richtung - also dem Schallanteil, was von vorne aufgenommen wird - zu dem Anteil was von allen anderen Seiten aufgenommen wird, also die Mittelung des Übertragungsfaktors über alle Raumrichtungen:

$$M_{diffus}(0) = M_0(0) \cdot s(\theta)$$

Unter Berücksichtigung des Übertragungsfaktors kann man die Gleichung für den Bündelungsfaktor noch so geschrieben werden:

$$\gamma = \frac{P_{Kugel}}{R_{Richt}} = \frac{\frac{p^2}{\rho c} \cdot \int_S M_0^2 dS}{\frac{p^2}{\rho c} \cdot \int_S M_0^2 s(\theta)^2 dS} = \frac{M_0^2 \int_S dS}{M_0^2 \int_S s(\theta)^2 dS}$$

Beziehungsweise kann man schreiben:

$$M_{diffus}^2 = M_0^2 \int_S s^2(\theta) dS = \frac{M_0^2 \int_S dS}{\gamma} = \frac{M_{frei}^2}{\gamma} \rightarrow M_{diffus} = \frac{M_{frei}}{\sqrt{\gamma}}$$

Das macht deutlich, dass der Diffusfeldübetragungsfaktor ist um den Faktor $\frac{1}{\sqrt{\gamma}}$ gegenüber dem Freifeldübertragungsfaktor reduziert. In der Pegelbetrachtung folgt dann:

$$L_{diffus} = 20log_{10}(M_{diffus}) = 20log_{10}\frac{(M_{frei}}{\sqrt{\gamma}}) = 20log_{10}(M_{frei}) - 20log_{10}(\sqrt{\gamma})$$

Also ist:

$$L_{diffus} = L_{frei} - 10log_{10}(\gamma) = L_{frei} - d$$

Das Diffusfelddübetragunsmaß ist also um das Bündelungsmaß kleiner als das Freifeldübertragungsmaß.

An einem bestimmten Ort nehmen Mikrofone ein bestimmtes Verhältnis von Direkt- zu Diffusschall auf. Gerichtete Mikrofone können, für dasselbe Verhältnis, weiter entfernt von der Schallquelle aufgestellt werden. Dabei wird $\sqrt{\gamma}$ als **Abstandsfaktor** angegeben. Zur Ableitung: Der Direktschall, also der unter Freifeldbedingungen auf das Mikrofon einfallende Schalldruck, nimmt in Abhängigkeit von der Entfernung r zur Schallquelle ab

$$p_{frei}(r) = \frac{1}{r}p_0 \cdot e^{-j(\omega t - kr)} = G \cdot \frac{1}{r}$$

In einem nicht vollstämdig reflexionsfreien Raum entsteht außerdem ein Diffusschallfeld, von dem definitionsgemäß angenommen wird, dass der Schalldruck ortsunabhängig konstant ist, also $p_{diffus}(r) = const$. Für ein Kugelmikrofon ergeben sich im Abstand r_1 der Direkt- und der Diffusschallanteil $p_{frei,Kugel}(r_1) = G \cdot \frac{1}{r_1}$ und $p_{diffus,Kugel}(r_1) = p_{diffus,Kugel} = const$. Ein richtMikrofon nimmt an derselben Stelle entsprechend nur ein Bruchteil des Diffusschalls auf: $p_{diffus,Richt} = \frac{p_{diffus,Kugel}}{\sqrt{\gamma}}$. Sucht man nun den Abstand r_2, an dem für ds Richtmikrofon dasselbe Verhältnis zwischen Direkt- und Diffusschall vorliegt wie für das KugelMikrofon an r_1, gilt dort:

$$p_{frei,Richt}(r_2) = G \cdot \frac{1}{r_2}$$

und

$$p_{diffus,Richt}(r_2) = p_{diffus,Richt} = \frac{p_{diffus,Kugel}}{\sqrt{\gamma}} = \frac{const}{\sqrt{\gamma}}$$

Und für gleiche Verhältnisse:

$$\frac{p_{frei,Richt}(r_2)}{p_{diffus,Richt}(r_2)} = \frac{p_{frei,Kugel}(r_1)}{p_{diffus,Kugel}} \leftrightarrow \frac{G \cdot \frac{1}{r_2}}{\frac{p_{diffus,Kugel}}{\sqrt{\gamma}}} = \frac{G \cdot \frac{1}{r_1}}{p_{diffus,Kugel}} \leftrightarrow \sqrt{\gamma} \cdot \frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1}$$

Also gilt $r_2 = r_1 \cdot \sqrt{\gamma}$, was zeigt, dass ein Richtmikrofon bei gleichem Direkt- zu Diffus-Verhältnis um den Faktor $\sqrt{\gamma}$ weiter von der Schallquelle aufgestellt werden kann.
Die Abstandsfaktoren für die Breite Niere (A = 0,67, B = 0,33), Niere (A = 0,5, B = 0,5), Superniere (A = 0,37, B = 0,63) und Acht (A = 0, B = 1) ergeben sich also zu:

$$DSF_{BreiteNiere} = \sqrt{\gamma_{BreiteNiere}} = \sqrt{(A^2 + \frac{1}{3}B^2)^{-1}} = \sqrt{(0,667^2 + \frac{1}{3}0,333^2)^{-1}} = 1,44$$

$$DSF_{Niere} = \sqrt{\gamma_{Niere}} = \sqrt{(0,5^2 + \frac{1}{3}0,5^2)^{-1}} = 1,73$$

$$DSF_{Superniere} = \sqrt{\gamma_{Superniere}} = \sqrt{(0,366^2 + \frac{1}{3}0,634^2)^{-1}} = 1,93$$

$$DSF_{Acht} = \sqrt{\gamma_{Acht}} = \sqrt{(\frac{1}{3}1^2)^{-1}} = 1,73$$

**Danke an Martin Schneider für seine Hinweise die klare Formulierung bezüglich der Ableitung des Abstandfaktors und die Erläuterungen zu Diffusfeldfrequenzgang.*